

# شبیه‌سازی یک مدل مکان‌یابی چند لایه‌ای تسهیلات

## با در نظر گرفتن تئوری صف

مهدی یوسفی نژاد عطاری<sup>۱</sup>

سعید کلاهی رنجی<sup>۲</sup>

انیسه نیشابوری جامی<sup>۳</sup>

### چکیده

در مدل‌های مکان‌یابی تسهیلات چند لایه‌ای، مشتریان در لایه‌های مختلف خدمات مختلفی را دریافت می‌کنند. زمانی که مشتری وارد سیستم می‌شود باید تمامی خدمات را در لایه‌های مختلف دریافت کند؛ در واقع مشتری در لایه‌های میانی سیستم را ترک نخواهد کرد. در این تحقیق به دنبال ارائه یک مدل مکان‌یابی تسهیلات با چندین لایه خدمت‌دهی و با در نظر گرفتن تراکم در سیستم هستیم. مدل ارائه شده بصورت یک مدل برنامه‌ریزی غیرخطی عدد صحیح بوده و در رسته مسائل با پیچیدگی بالا قرار دارد. بمنظور حل مدل ریاضی ارائه شده، از رویکردهای شبیه‌سازی گسسته پیشامد با هدف افزایش بهره‌وری، بهره‌جسته‌ایم. تعاملات و پیچیدگی‌های سیستم، پیش‌بینی عملکرد آن را دشوار یا ناممکن می‌سازد. مدل‌های شبیه‌سازی قادرند تغییرپذیری، تعاملات و پیچیدگی‌های یک سیستم را نشان دهند. در این راستا، تقاضا بصورت تصادفی در نظر گرفته شده است. توابع هدف شامل کمیته‌سازی مدت زمان سفر متقاضی به تسهیل مورد نظر، مدت زمان انتظار متقاضی درون صف و احتمال بیکاری تسهیلی است که با بیشترین احتمال بیکاری مواجه است. با توجه به نتایج بدست آمده از اجرای شبیه‌سازی و آزمایش ۴ سناریوی مختلف، می‌توان اظهار داشت که سناریوی شماره ۴ تنها با افزایش ۱ منبع به هر یک از تسهیلات موجود در لایه چهارم، که مجموعاً افزایش ۴ منبع است، زمان انتظار متقاضیان درون صف را در حدود ۴۶٪ بهبود می‌دهد.

**واژه‌های کلیدی:** تصمیم‌گیری چندهدفه، تئوری صف، شبیه‌سازی، مکان‌یابی تسهیلات.

di\_108108@yahoo.com

۱. استادیار، گروه مهندسی صنایع، واحد بناب، دانشگاه آزاد اسلامی، بناب، ایران.

Saeed.kolahi87@yahoo.com

۲. باشگاه پژوهشگران جوان و نخبگان، واحد ایلخچی، دانشگاه آزاد اسلامی، ایلخچی، ایران

En\_jami@yahoo.com

۳. استادیار، گروه مهندسی صنایع، واحد بناب، دانشگاه آزاد اسلامی، بناب، ایران.

تاریخ دریافت مقاله: ۹۴/۶/۲۰؛ تاریخ پذیرش مقاله: ۹۴/۱۰/۳

## مقدمه

امروزه ترکیب مسائل مکان‌یابی تسهیلات با رویکردهای دیگری چون ساختار صف، مباحث قیمت‌گذاری، زنجیره تأمین و غیره مورد توجه بیشتری قرار گرفته و سبب افزایش جذابیت این موضوع برای محققان شده است. بدون تردید، مکان‌یابی هر چه دقیق‌تر تسهیلات، اثرات مثبت خود را در منابع اقتصادی و رضایت مشتریان نشان خواهد داد. در کاربردهای گسترده صنعتی و خدماتی مسائل مکان‌یابی تسهیلات، همواره یکی از مهم‌ترین سوالات تعیین تعداد بهینه تسهیلات و تخصیص مشتریان به تسهیلات انتخاب شده است. ابتدا ادبیات موضوع مسائل مکان‌یابی تسهیلات و تئوری صف بصورت دقیق مورد مطالعه قرار گرفته و سپس مسئله مورد مطالعه در قالب مدل ریاضی فرمول‌بندی شده است. مدل‌های ریاضی ارائه شده در این پژوهش بصورت مدل برنامه‌ریزی غیرخطی عدد صحیح و از جمله مسائل با پیچیدگی بالا هستند. از این رو از تکنیک‌های شبیه‌سازی جهت تجزیه و تحلیل مدل استفاده شده است.

هدف از تعیین مکان بهینه تسهیلات، فرآیند تخصیص بهینه نقاط تقاضا به مشتریان است. در این راستا، مدل مکان‌یابی تخصیص چند لایه‌ای با توجه به ساختار صف  $M/M/1$  برای تسهیلات بصورت چندهدفه ارائه می‌شود. از آنجا که این نوع مسائل از رسته مسائل  $NP$ -Hard هستند و ضمن این که ابعاد مسائل مکان‌یابی می‌تواند در سطح شهرها، کشورها و قاره‌ها افزایش یابد، زمان محاسباتی روش‌های دقیق به شدت بالا بوده و در اغلب موارد ناتوان در حل این نوع مسائل هستند (وانگ و همکاران، ۲۰۰۲؛ پسندیده و نیایی، ۲۰۱۰؛ پسندیده و همکاران، ۲۰۱۱). از جمله فاکتورهایی که باعث پیچیدگی مدل شده است، وابسته بودن مدل به گروه مسائل برنامه‌ریزی غیرخطی عدد صحیح است که در آن تعداد زیاد محدودیت‌ها و صفر و یک بودن متغیرهای تصمیم باعث پیچیدگی مسئله شده است. ضمن این که چندهدفه بودن مدل و تضاد بین اهداف نیز به پیچیدگی مسئله افزوده است. بدین منظور، بعنوان یکی از پرکاربردترین ابزارهای حل این نوع مدل‌ها در ادامه کار، از پیاده‌سازی تکنیک‌های شبیه‌سازی بهره خواهیم جست.

شبیه‌سازی یک مدل مکان‌یابی چند لایه‌ای تسهیلات با در نظر گرفتن تئوری صف ۵۳ ///

نتایج این تحقیق قابل پیاده‌سازی در مؤسسات خدماتی و صنعتی مانند دستگاه‌های ATM، ایستگاه‌های سوخت‌رسانی، مراکز خدماتی بین شهری مانند رستوران‌ها و هتل‌ها، سیستم‌های اعطای تسهیلات بانکی، سیستم‌های پذیرش بیمار در مراکز پزشکی و درمانی، سیستم‌های ثبت‌نام حضوری مراکز مختلف آموزشی و سیستم‌های پرداخت خسارت مراکز بیمه و دیگر کاربردهاست که سیستم فعالیت آن‌ها به شرایط مدل‌های ارائه شده نزدیک است.

### پیشینه پژوهش

مسائل جانمایی به بررسی چگونگی قرارگیری مجموعه‌ای از تسهیلات برای بهینه‌سازی یک تابع هدف معلوم، به همراه تعدادی محدودیت می‌پردازد. تحلیل جانمایی و تصمیم‌گیری در خصوص جانمایی تسهیلات از زمان‌های دور وجود داشته و هم اکنون نیز از مسائل بسیار مهم در تصمیم‌گیری دولت‌ها، سازمان‌ها و شرکت‌ها محسوب می‌شود. تصمیمات مربوط به جانمایی در مسائل گوناگونی اعم از بخش‌های دولتی و خصوصی ظاهر می‌شود. در بخش‌های خصوصی، مراکز صنعتی و کارخانجات برای استقرار دفاتر خود در سطح شهر، تعیین مراکز توزیع و غیره نیاز به تصمیم‌گیری دارند و در بخش دولتی نیز تعیین مکان مراکزی از قبیل ایستگاه پلیس‌راه، اورژانس و غیره از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. بدون شک جانمایی درست تسهیلات، اثرات بسیاری در منافع اقتصادی، ارائه خدمات مناسب و رضایت مشتریان دارد.

بطور کلی، هشت مدل پایه مکان‌یابی در ادبیات مسائل مکان‌یابی معرفی شده‌اند که در این بخش تنها مدل  $n$ -میان به توجه به هدف و محدوده این پژوهش شرح داده می‌شود (حکیمی، ۱۹۶۴). از مشهورترین مدل‌های مکان‌یابی شبکه‌ای، مدل‌های  $n$ -میان<sup>۱</sup> است. مسئله  $n$ -میان اولین بار توسط حکیمی برای پیدا کردن میانه‌ها بر روی شبکه‌ها و گراف‌ها مطرح شد. در مدل‌های  $n$ -میان هدف مکان‌یابی  $n$  وسیله جدید (میان) است به نحوی که مکان این  $n$  وسیله جدید موجود در شبکه در بین  $m$  وسیله موجود (گره‌ها) تعیین شود تا

مجموع موزون مسافت‌ها یا زمان‌های طی شده بین وسایل موجود تا نزدیک‌ترین وسیله جدید حداقل شود (حکیمی، ۱۹۶۴). با توجه به فرضیات مختلفی که می‌توان در این گونه مسائل مکان‌یابی مطرح کرد، مدل‌های مختلفی مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرند. باید بدین نکته توجه کرد که با توجه به خاصیت بهینگی گره‌ها، تنها گره‌های موجود می‌توانند بعنوان مکان‌های بالقوه برای استقرار وسایل جدید در نظر گرفته شوند.

اگرچه انتظار در صف ناخوشایند است اما متأسفانه بخشی از واقعیت اجتناب‌ناپذیر زندگی را تشکیل می‌دهد. انسان‌ها در زندگی روزمره خود با انواع مختلف صف روبه‌رو می‌شوند که به اتلاف وقت، نیرو و سرمایه آن‌ها می‌انجامد. در جوامع امروزی صف‌های مهمتری وجود دارد که هزینه‌های اقتصادی و اجتماعی آن‌ها به مراتب بیش از نمونه‌های ساده فوق‌الذکر است. از آن جمله می‌توان صف‌های حاصل از ترافیک شهری و نیز صف‌هایی را نام برد که در فرودگاه‌ها، بنادر، مؤسسات مخابراتی و فرایندهای تولید تشکیل می‌شوند. در مجموع، شاید بتوان گفت که انتظار در صف دیگر استثناء نیست و بصورت قاعده درآمده است. از بین بردن نتایج نامساعد انتظار در صف بدون شناخت خصایص یک پدیده امکان‌پذیر نیست. نظریه صف که به مطالعه صف‌ها از دیدگاه ریاضی می‌پردازد، تأثیر عوامل تشکیل دهنده صف و راه‌های منطقی زمان انتظار را بررسی می‌کند.

سیستمی را در نظر بگیرید که خدمت ارائه می‌کند. متقاضیانی برای دریافت این خدمت مراجعه می‌کنند، که آن‌ها را اصطلاحاً مشتری می‌نامند. خدمت مورد نظر توسط شخص، ماشین یا امکانات دیگر ارائه می‌شود که خدمت‌دهنده نامیده می‌شود. بنابراین، در هر سیستمی که خدمتی عرضه می‌شود چنانچه در یک لحظه تعداد مشتری بیش از ظرفیت سیستم باشد، بی‌شک صف تشکیل خواهد شد. مشتری‌های بالقوه سیستم یا عبارت دیگر مجموعه مشتری‌هایی که برای دریافت خدمت مراجعه می‌کنند را جمعیت مشتریان بالقوه می‌نامند.

عملکرد سیستم‌ها به عوامل متعددی بستگی دارند که عمده‌ترین آن‌ها عبارتند از:

شبیه‌سازی یک مدل مکان یابی چند لایه‌ای تسهیلات با در نظر گرفتن تئوری صف // ۵۵

الگوی ورود مشتری: منظور همان زمان‌هایی است که مشتریان برای دریافت خدمت مراجعه می‌کنند و وابسته به تعداد مشتری‌هایی هست که به سیستم مراجعه می‌کنند. الگوی خدمت دهی: منظور مدت زمانی که ارائه خدمت به یک مشتری به طول می‌انجامد.

تعداد خدمت‌دهندگان: یعنی تعداد خدمت‌دهندگان که بطور مستقل به یکی از مشتریان خدمت می‌دهند. گاهی به جای خدمت‌دهنده از عبارت کانال خدمت استفاده می‌شود.

ظرفیت صف: منظور از ظرفیت صف حداکثر تعداد مشتریانی است که می‌توانند در صف قرار گیرند. جمعیت مشتریان بالقوه، تعداد مشتریانی است که می‌توانند مراجعه کنند. نظم سیستم: منظور از نظم سیستم نحوه انتخاب مشتری‌های داخل صف برای ارائه خدمت است. متداول‌ترین روش در نظر گرفتن نوبت است؛ یعنی کسی که زودتر وارد سیستم شده و جلوتر از همه در صف قرار گرفته باشد زودتر خدمت دریافت نماید، این نظم را FIFO<sup>۱</sup> می‌نامند.

لاو و همکارانش بطور جامع مدل‌ها و روش‌های مختلفی برای مسئله مکان‌یابی تسهیلات ارائه دادند (لاو و موریس و وسولوسکی، ۱۹۸۸). در ادامه، ماریانوف و ریول طیف وسیعی از مسائل مکان‌یابی خدمات اورژانسی را مورد بحث و بررسی قرار دادند (ماریانوف و ریول، ۱۹۹۵). هادجسون و برمن مدلی بمنظور مکان‌یابی تابلوهای اعلانات شهری ارائه کرده و مسائل مختلفی از کاربرد مکان‌یابی در شبکه‌های حمل‌ونقل را نیز مورد مطالعه قرار دادند (هادجسون و برمن، ۱۹۹۷). کورنت و همکاران مروری بر مسائل مکان‌یابی گسسته ارائه دادند. آن‌ها هشت مدل پایه مکان‌یابی تجهیزات را شامل  $n$ -میان،  $n$ -مرکز، مسئله پوشش، حداکثر پوشش،  $p$ -پراکنندگی، hub و sum-maxi معرفی کردند. هر یک از این مدل‌ها در پی بهینه کردن هدفی خاص به همراه تعیین مکان تجهیزات جدید هستند (کورنت و داسکین و شیلینگ، ۲۰۰۲).

---

1. First-in first-out

کاربردهای مختلف و متنوع ترکیب مسائل مکان‌یابی با ساختار صف در دنیای واقعی، اهمیت دوچندان پیدا کرده است. بدین منظور، برای اولین بار برمن و همکاران مکان بهینه خدمت‌دهنده‌ها را در شبکه صف با ساختار M/G/1 تعیین کردند (برمن و لارسن و چیو، ۱۹۸۵). شاندیکومر و یاو نیز مدل‌های تخصیص خدمت‌دهنده در فرآیندهای تولیدی را مورد تحلیل قرار دادند (شاندیکومر و یاو، ۱۹۸۷). این نوع مسائل یکی از انواع مسائل در محیط‌های تولیدی است که تخصیص بهینه تعداد خدمت‌دهنده به مراکز کار طوری تعیین می‌شود که عملکرد شبکه صف بیشینه شود. برندیو و چیو گروهی از مدل‌های مکان‌یابی را با مدنظر قرار دادن ساختار صف و با تنها یک خدمت‌دهنده مورد مطالعه قرار دادند (برندیو و چیو، ۱۹۹۰). ماریانو و رلوس مدلی را برای تعیین بهینه دستگاه‌های خودپرداز ارائه دادند که از جمله مدل‌های مکان‌یابی چند لایه‌ای تسهیلات مبنی بر کیفیت سرویس‌دهی است (ماریانو و رلوس، ۲۰۰۰). وانگ و همکاران با بررسی و مطالعه کاربرد مکان‌یابی خدمت‌دهنده‌ها در شبکه‌های ارتباطاتی و دستگاه خودپرداز، چندین مدل برای تجهیزات مکان‌هایی که با محدودیت ظرفیت مواجه‌اند ارائه دادند (وانگ و باتا و رامپ، ۲۰۰۲) و (وانگ و باتا و رامپ، ۲۰۰۴). در واقع این مدل‌ها برای حالت‌هایی که مکان خدمت‌دهی ثابت و ظرفیت خدمت‌دهنده محدود و تقاضا تصادفی باشد گسترش یافته است.

شوندی و محلوجی مدل مکان‌یابی و تخصیص فازی برای سیستم‌هایی با محدودیت ظرفیت را ارائه کردند. آن‌ها تئوری مجموعه فازی را بمنظور گسترش مدل‌های مکان‌یابی با حداکثر پوشش صف‌بندی مورد استفاده قرار دادند و برای حل این مسئله از الگوریتم ژنتیک استفاده کردند (شوندی و محلوجی، ۲۰۰۶). برمن و همکاران مدل صف M/M/1/K را برای مسائل مکان‌یابی با این فرض ارائه دادند که تعداد تجهیزاتی که انتخاب شده طول صفی محدود و برابر k دارند و درصدی از تقاضا مشتریان به دلیل محدودیت‌های مدل ممکن است از دست بروند. در این مقاله، نویسندگان آزمایشات خود را با استفاده از الگوریتم ابتکاری، تجزیه و تحلیل کردند (برمن و کراسس و وانگ، ۲۰۰۶).

شبیه‌سازی یک مدل مکان‌یابی چند لایه‌ای تسهیلات با در نظر گرفتن تئوری صف ۵۷ ///

بر من مسئله مکان‌یابی مجموعه‌ای از تجهیزات بر روی شبکه را با تقاضای تصادفی و ظرفیت محدود تجهیزات بمنظور حداکثر کردن تعداد تقاضای مورد انتظار مشتریان مورد بررسی قرار داد. مشتریان برای دریافت خدمت به طرف نزدیک‌ترین تجهیز حرکت می‌کنند و در صورتی که ظرفیت تجهیز مورد نظر پر باشد به دیگر تجهیز نزدیک به خود تخصیص می‌یابند. ضمناً وی مدل پیشنهادی خود را با استفاده از دو روش ابتکاری حل کرد (برمن، ۲۰۰۷).

بوفی و همکارانش، اثرات محدود بودن تجهیزات خدمت‌دهنده‌های ثابت را مورد تحلیل و بررسی قرار دادند. هم‌چنین، مفهوم کلی ظرفیت تجهیزات را با وجود محدودیت، با در نظر گرفتن تخصیص مشتریان به تجهیزات و زمان یا مسافت حمل و نقل مورد بررسی قرار دادند (بوفی و کالواو و اسپیجو، ۲۰۰۷). سیام یک مدل مکان‌یابی - تخصیص با در نظر گرفتن چندین خدمت‌دهنده جهت طراحی سیستم خدمت‌دهی ارائه داده و هزینه‌های مرتبط را به اشتراک گذاشته و آن را کمینه کردند (سیام، ۲۰۰۸). ابولیان و همکاران نیز یک مدل مکان‌یابی - تخصیص را با در نظر گرفتن چندین خدمت‌دهنده و محدودیت مراجعه به نزدیکترین تقاضا ارائه دادند. هدف آن‌ها کمینه‌سازی ماکزیمم زمان سفر و انتظار مدنظر بود (ابولیان و برمن و درزنر، ۲۰۰۹). دانگ و همکاران مدل جدیدی در مسئله چیدمان تسهیلات چندسطحی پویا تحت محیط تجاری پویا با کوتاه‌ترین مسیر ارائه کردند (دانگ و ویوا و هویو، ۲۰۰۹). ملو و همکارانش نیز مرور جامعی بر مسائل مکان‌یابی تسهیلات از دیدگاه زنجیره تأمین داشتند (ملو و نیکل و سلدنها، ۲۰۰۹).

پسندیده و نیاکی مدلی دوهدفه برای مسائل مکان‌یابی - تخصیص تسهیلات در چارچوب مدل کلاسیک صف  $M/M/1$  ارائه دادند. در صورت مسئله این تحقیق، تقاضای مشتریان بصورت تصادفی بوده و مکان خدمت‌دهنده‌ها و نرخ خدمت‌دهی ثابت است. هدف آن‌ها حداقل کردن مجموع متوسط زمان سفر و زمان انتظار مشتریان به همراه حداقل کردن متوسط درصد بیکاری تجهیزات در نظر گرفته شده که با توجه به ساختار صف مسئله را مدل‌سازی کرده و با استفاده از الگوریتم ژنتیک و تکنیک تابع مطلوبیت آن را حل کردند (پسندیده و نیاکی، ۲۰۱۰). پسندیده و همکارانش یک مدل چندهدفه مکان‌یابی

تسهیلات نیز با در نظر گرفتن ساختار صف ورود گروهی ارائه کرده و جهت حل آن دو الگوریتم ژنتیک و شبیه‌سازی تبرید با رویکرد رمزگشایی نوین ارائه کردند (پسندیده و نیاکی و حاجی‌پور، ۲۰۱۳). زرین‌پور و سیف‌برقی یک مدل مکان‌یابی تسهیلات با ساختار صف  $M/M/m/k$  را با توجه به محیط رقابتی مدلسازی کرده و برای حل آن از الگوریتم ژنتیک و جستجوی ممنوع استفاده کردند (زرین‌پور و سیف‌برقی، ۲۰۱۱). در نظر گرفتن چندین هدف برای مسائل مکان‌یابی تسهیلات باعث نزدیک‌تر شدن مدل به شرایط دنیای واقعی می‌شود. زنجیرانی فراهانی و همکاران مروری بر اثرات اخیر مسائل مکان‌یابی چندمعیاره انجام داده و این نوع از مسائل را در سه طبقه شامل دوهدفه، چندهدفه و مسائل چندشاخصه ارائه دادند. هنگامی که مسئله‌ای دارای بیش از یک هدف باشد و اهداف با همدیگر سازگاری نداشته باشند، از روش‌های بهینه‌سازی چندهدفه استفاده می‌شود (فراهانی و سیفی و اصغری، ۲۰۱۰).

وانگ و همکارانش برای حل مسائل بهینه‌سازی محدودیت‌دار پیچیده مانند مسئله طرح اولیه محصولات جدید بعنوان یک مدل برنامه‌ریزی نیمه نامتناهی با محدودیت‌های نامتناهی، الگوریتم  $IGA^1$  را در این مقاله معرفی کرده‌اند. الگوریتم پیشنهاد شده در این مقاله می‌تواند عملکرد الگوریتم‌های ژنتیک را مخصوصاً در مسائل بهینه‌سازی محدودیت‌دار پیچیده بهبود بخشد (وانگ و فیونگ و لپ، ۲۰۰۹). چمبری و همکارانش یک مدل دوهدفه مکان‌یابی-صف ارائه کرده و جهت حل آن از الگوریتم‌های مبتنی بر پارتو به نام NSGAI و NRGAI بهره جستند (چمبری و رحمتی و حاجی‌پور و کریمی، ۲۰۱۱). مهدی‌زاده و همکارانش یک مدل مکان‌یابی-تخصیص با در نظر گرفتن مکان مشتریان بصورت تصادفی و تقاضا بصورت فازی ارائه کردند. جهت حل مدل ارائه شده، با الهام از الگوریتم SA یک الگوریتم بهینه‌سازی میرایی ارتعاش ( $VDO^2$ ) ترکیب شده با الگوریتم سیمپلکس و شبیه‌سازی فازی ارائه کردند (مهدی‌زاده و تاوارو و حاجی‌پور، ۲۰۱۱). اخیراً، برمن و همکارانش تلفیقی مکانیابی-قیمت‌گذاری-صف ارائه کردند تا

---

1. Immune Genetic Algorithm (IGA)  
2. Vibration Damping Optimization (VDO)



شبیه‌سازی یک مدل مکان‌یابی چند لایه‌ای تسهیلات با در نظر گرفتن تئوری صف // ۵۹

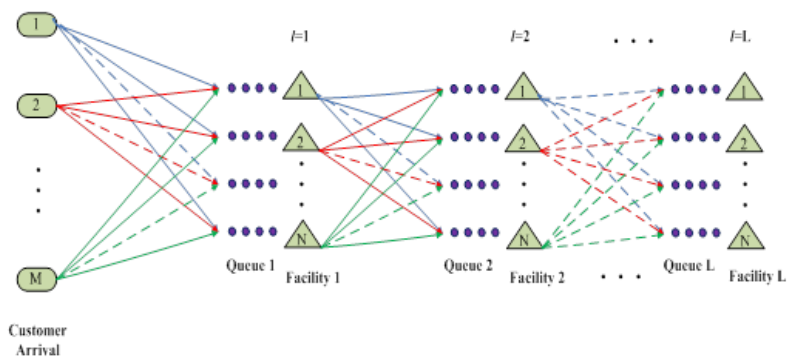
کل سود سیستم بیشینه شود (برمن، تونگ و کراسس، ۲۰۱۰a). در ادامه برمن و همکاران تحقیق خود را با در نظر گرفتن چندین تسهیل توسعه دادند (برمن و تونگ و کراسس، ۲۰۱۰b). ابوعی، مهریزی و همکاران مکانیابی  $m$  تسهیل بر روی شبکه با  $n$  نقطه تقاضا را با در نظر گرفتن این موضوع ارائه کردند که مشتریان می‌توانند قبل از ورود به سیستم با مشاهده طول صف در رابطه با ورود به سیستم تصمیم‌گیری کنند، قیمت ارائه خدمت در کل تسهیلات یکسان در نظر گرفته شده است و سیستم صف در نظر گرفته شده به صورت  $M/M/1$  است (ابوعی - مهریزی و بابری و برمن و شوندی، ۲۰۱۱).

تکنیک‌های ریاضی بهینه‌سازی دارای محدودیت‌هایی هستند. زیرا با مدل‌های ایستا سر و کار دارند. در صورتی که ابزارهایی که بر اساس شبیه‌سازی کار می‌کنند، پویایی سیستم را در نظر می‌گیرند و هم‌چنین قادر به تعیین عملکرد سیستم در مورد یک طرح خاص هستند. این امر نشان می‌دهد که مدل‌های شبیه‌سازی برای کاربر این امکان را فراهم می‌کنند که بتواند یک طرح پیشنهاد شده را تحلیل کند. اکثر مدل‌های موجود در ادبیات که مورد بررسی قرار گرفته‌اند دارای نرخ تسهیلات یکسانی در لایه‌های مختلف هستند. در صورتی که مدل شبیه‌سازی ارائه شده نه تنها در لایه‌های متفاوت، بلکه حتی در لایه مشخص بین تسهیلات متفاوت، نرخ‌های متفاوتی تعریف کرده است. این قابلیت باعث شده تا مسئله تعریف شده به واقعیت بسیار نزدیک‌تر شود، و مطمئناً نتایج حاصل از این پژوهش بیش از پیش قابل اعتماد است. هم‌چنین براساس تحقیقات محققین برای نخستین بار یک مدل ۴ لایه مورد بررسی قرار گرفته و مدل قابلیت افزایش لایه‌ها را به راحتی ممکن پذیر می‌سازد.

## روش‌شناسی پژوهش

مسائل مکان‌یابی تسهیلات به مطالعه و بررسی چگونگی استقرار مجموعه‌ای از تسهیلات با توجه به اهداف و محدودیت‌های مختلف می‌پردازد. در این بخش، مدل مکان‌یابی - تخصیص چند لایه‌ای با توجه به ساختار صف  $M/M/1$  برای تسهیلات بصورت چند هدفه ارائه می‌شود. از آن‌جا که مدل  $M/M/1$  متداول‌ترین نمونه مدل‌های صف است تنها در حالت پایه مسئله از این مدل استفاده کرده و در سایر سناریوها از ترکیب مدل

$M/M/1$  و  $M/M/m$  استفاده شده است. هم چنین مدل ارائه شده توانایی شبیه سازی مدل  $M/M/m/C$  و  $M/M/m/K$  را نیز دارد. در مسئله مورد نظر مشتریان وارد سیستم می شوند که جهت ورود مشتریان به لایه اول باید شرایط خاصی مطابق با محدودیت های مسئله در نظر گرفته شود. شکل (۱) بصورت شماتیک مسئله مکان یابی تسهیلات با چندین خدمت-دهنده را نشان می دهد. در مدل ارائه شده، جهت دریافت خدمت، مشتریان در لایه های مختلف، خدمات مختلفی را دریافت می کند. وقتی مشتری وارد سیستم می شود باید تمامی خدمات را در لایه های مختلف دریافت نماید در واقع مشتری در لایه های میانی سیستم را ترک نخواهد کرد.



شکل ۱. مسئله مکان یابی تسهیلات چندلایه ای با ساختار صف  $M/M/1$

امروزه بسیاری از مسائل کاربردی در جهان واقعی، مسائل بهینه سازی ترکیباتی بصورت چندهدفه تشکیل می دهند که اهداف در تضاد با یکدیگر بوده و بهبود در یک هدف باعث بهتر شدن هدف دیگر نمی شود. اکثر مطالعات در زمینه ترکیب مسائل مکان یابی و صف بصورت تک معیاره یا تک هدفه بررسی شده است در حالی که یک هدف یا معیار، در مسائل کاربردی واقعی و عملی چندان کافی نیست.

در مسائل بهینه سازی تک هدفه، با بهینه ساختن تابع هدف الگوریتم به پایان می رسد اما در مسائل چندهدفه، بهینه سازی همزمان چند تابع هدف کار سخت و زمان گیری است و در اغلب این گونه مسایل تعدادی جواب قابل قبول بر اساس معیارهای نامغلوبی بدست

شبیه‌سازی یک مدل مکان‌یابی چند لایه‌ای تسهیلات با در نظر گرفتن تئوری صف ۶۱ ///

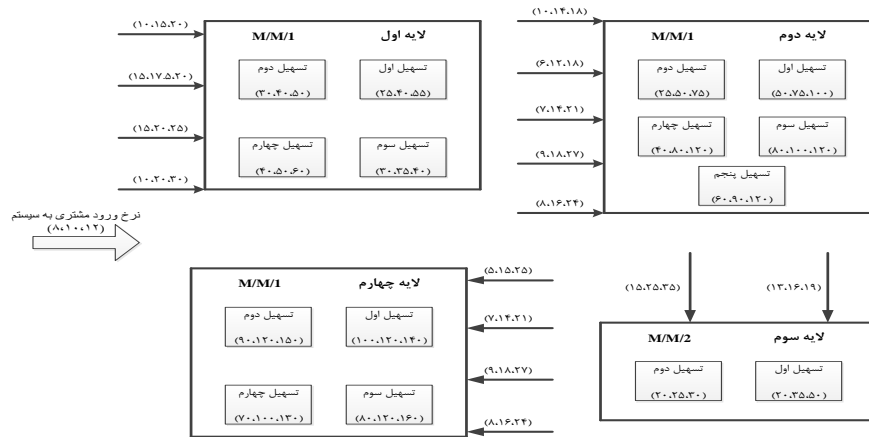
می‌آید. بنابراین جواب نهایی به شکل دسته‌ای از جواب‌ها<sup>۱</sup> است که نماینده موازنه‌ای<sup>۲</sup> از توابع هدف مختلف مسئله است. در نهایت یکی از این جواب‌ها بعنوان جواب مرجح توسط تصمیم‌گیرنده انتخاب می‌شود.

مسئله مورد نظر در این تحقیق بصورت یک مسئله مکان‌یابی چهار لایه بوده که در هر کدام از لایه‌ها تعدادی خدمت‌دهنده وجود دارد که با نرخ‌های متفاوت اقدام به ارائه خدمت می‌کنند، خدمت‌گیرندگان باید مسافتی را جهت رسیدن به لایه‌ها دیگر طی نمایند که از تسهیلی به تسهیل دیگر متفاوت است و در شکل (۲) مشخص شده است. توضیح این که توابع مثلی که روی فلش‌ها نشان داده شده است مدت زمان سفر را از هر لایه به تسهیل مربوط به لایه بعدی مشخص می‌سازد که واحد زمانی آن‌ها دقیقه است و توابع مثلی که درون کادرهای مستطیل شکل نوشته شده است مدت زمان ارائه خدمات به هر کدام از خدمت‌گیرنده‌ها است که واحد زمانی آن نیز دقیقه است.

مشتریان با نرخ احتمالی تابع مثلی وارد سیستم شده و به سمت تسهیلات لایه اول حرکت می‌کنند. سپس مدت زمانی احتمالی در صف خدمت‌دهنده مورد نظر منتظر مانده و پس از دریافت خدمت از تسهیل مربوط به آن لایه خارج شده و خدمت‌گیرنده تسهیل مورد نظر در لایه بعدی را انتخاب کرده و به سمت آن حرکت می‌کند. بدین منظور، مشتریان مراجعه‌کننده به هر یک از لایه‌ها با علم به این که کدامیک از تسهیلات در لایه بعدی مربوطه دارای کمترین صف انتظار مشتری است، تسهیل مورد نظر خود را انتخاب کرده و به سمت آن تسهیل حرکت می‌کند. مدت زمان سفر از هر لایه به لایه دیگر نسبت به تسهیلات مختلف، متفاوت بوده و همچنین مدت زمان انجام کار توسط یک خدمت‌دهنده در هر تسهیل متفاوت است.

تابع هدف این تحقیق یک مسئله سه هدفه است که توابع هدف در صدد کمینه کردن مدت زمان سفر بین لایه‌ها و مدت زمان انتظار در صفوف خدمت‌دهندگان هستند. هم‌چنین، تابع هدف سوم در ارتباط با کمینه‌سازی بیکاری هر یک از تسهیلات است. در

ابتدا یک سناریو پایه بر اساس شکل (۲) ارائه شده است، سپس سناریوهایی جهت بهینه-سازی مطرح شده و به مقایسه با حالت پایه خواهیم پرداخت. با توجه به این که در مقالات مرتبط با سیستم‌های صف - همان‌طور که در ادبیات موضوعی آورده شده است - عمدتاً با هدف کمینه‌سازی مجموع زمان سفر و زمان انتظار مشتریان و هم‌چنین کاهش زمان‌های بیکاری بهینه‌سازی می‌شوند. لذا در این مقاله با استناد به این مقالات و کارهای تحقیقاتی، توابع هدف اول و دوم برای یک مسئله چهار لایه نوشته شده و در انتهای مدل توضیح مربوطه ارائه شده است.



شکل ۲. مسئله مکان‌یابی ۴ لایه با چندین خدمت‌دهنده

فرضیات مسئله بصورت زیر است:

- بمنظور دریافت خدمت، نقاط تقاضا به سمت تسهیلات حرکت می‌کنند.
- هر نقطه تقاضا فقط می‌تواند به یک خدمت‌دهنده در هر لایه تخصیص داده شود.
- نرخ مراجعه نقاط تقاضا بمنظور دریافت خدمت به هر یک از تسهیلات از توزیع مثلی تبعیت می‌کند. هم‌چنین مدل شبیه‌سازی طراحی شده توانایی استفاده از سایر توابع احتمالی از جمله نمایی را نیز دارد.

شبیه‌سازی یک مدل مکان یابی چند لایه‌ای تسهیلات با در نظر گرفتن تئوری صف ۶۳ ///

- زمان خدمت‌دهی هر تسهیل از توزیع مثلثی پیروی می‌کند. هم‌چنین مدل شبیه‌سازی طراحی شده توانایی استفاده از سایر توابع احتمالی از جمله نمایی را نیز دارد.
- زمان سفر از هر تسهیل به تسهیل در لایه بعدی از توزیع مثلثی تبعیت می‌کند.
- هر تسهیل انتخاب شده فقط یک خدمت‌دهنده دارد (M/M/1).
- تنها یک وسیله، خدمت‌گیرندگان را از یک تسهیل به تسهیل لایه بعدی منتقل می‌سازد.
- جهت دریافت خدمت، مشتری در لایه‌های مختلف، خدمات مختلفی را دریافت می‌کند.
- وقتی مشتری وارد سیستم می‌شود باید تمامی خدمات را در لایه‌های مختلف دریافت کن و در واقع مشتری در لایه‌های میانی سیستم را ترک نخواهد کرد.

همچنین پارامترهای مسئله بصورت زیر تعریف می‌گردند:

i: شاخص نقاط گروه مشتریان ( $i = 1, 2, \dots, M$ )

j: شاخص تسهیلات بالقوه ( $i = 1, 2, \dots, N$ )

s: شاخص تسهیلات بالقوه ( $s = 1, 2, \dots, N, j < s$ )

l: شاخص لایه‌های خدمت‌دهی ( $i = 1, 2, \dots, L$ )

M: حداکثر تعداد گره‌های گروه مشتریان

N: حداکثر تعداد گره‌های بالقوه تسهیلات

$P_1$ : ماکزیمم تعداد خدمت‌دهنده‌هایی که می‌توانند در لایه 1 خدمت ارائه کنند

$$(P_1 \leq N; \forall l)$$

$t_{ij}$ : مدت زمان سفر مشتری i به تسهیل j در لایه اول بر حسب واحد زمانی

$t'_{ij|l}$ : مدت زمان سفر مشتری i از تسهیل j به تسهیل s در لایه l بر حسب واحد

$$\text{زمانی } (l > 1)$$

$\gamma_j$ : نرخ تقاضا برای تسهیل انتخاب شده زدر لایه اول

$\gamma'_{sl}$ : نرخ تقاضا برای تسهیل انتخاب شده s در لایه l ( $l > 1$ )

Z1: مجموع مدت زمان سفر در لایه‌های مختلف

Z2: مجموع انتظار مشتریان در لایه‌های مختلف

Z3: مجموع احتمال بیکاری تسهیلات انتخاب شده در لایه‌های مختلف

$\lambda_i$ : نرخ تقاضا سرویس‌های درخواست شده از مشتری i در واحد زمانی

$\psi$ : یک مقدار بزرگ

$\mu_j$ : نرخ خدمت‌دهی تسهیل زدر لایه اول بر حسب واحد زمانی

$\mu'_{sl}$ : نرخ خدمت‌دهی تسهیل s در لایه l در واحد زمانی ( $l > 1$ )

متغیرهای تصمیم مسئله به شرح زیر هستند:

$x_{ij}$ : برابر است با یک اگر مشتری i به تسهیل j در لایه اول تخصیص داده شود و در

غیر اینصورت صفر

$y_{ijsl}$ : برابر است با یک اگر مشتری i در لایه s به تسهیل j موجود در لایه l تخصیص

داده شود و در غیر اینصورت صفر ( $l > 1$ )

$h_{jl}$ : برابر است با یک اگر تسهیل j در لایه l انتخاب شود و در غیر اینصورت صفر

مدل ریاضی مسئله مکان‌یابی چند لایه‌ای تسهیلات:

$$\text{Min } Z_1 = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \lambda_i t_{ij} x_{ij} + \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \sum_{s=1}^S \sum_{l=2}^L \lambda_i t'_{ijsl} y_{ijsl} + \sum_{j=1}^N \frac{\gamma_j}{\mu_j - \gamma_j} + \sum_{s=1}^S \sum_{l=2}^L \frac{\gamma'_{sl}}{\mu'_{sl} - \gamma'_{sl}} \quad \text{رابطه (۱)}$$

$$\text{Min } Z_2 = \text{Max}_{j=1, \dots, N} \left\{ \left(1 - \frac{\gamma_j}{\mu_j}\right) h_{jl} \right\} + \text{Max}_{s=1, \dots, S} \left\{ \left(1 - \frac{\gamma'_{sl}}{\mu'_{sl}}\right) h_{sl} \right\} \quad \text{رابطه (۲)}$$

Subject to:

$$1 \leq \sum_{j=1}^N h_{jl} \leq P_l \quad ; \quad l = 1 \quad \text{رابطه (۳)}$$

شبیه‌سازی یک مدل مکان‌یابی چند لایه‌ای تسهیلات با در نظر گرفتن تئوری صف ۶۵ ///

$$1 \leq \sum_{s=1}^N h'_{sl} \leq P_l \quad ; \quad l = 2, \dots, L \quad \text{رابطه (۴)}$$

$$\sum_{j=1}^N x_{ij} = 1 \quad ; \quad i = 1, \dots, M \quad \text{رابطه (۵)}$$

$$\sum_{s=1}^N y_{ijsl} = x_{ij} \quad ; \quad i = 1, \dots, M, \quad j = 1, \dots, N, \quad l = 2 \quad \text{رابطه (۶)}$$

$$\sum_{\forall s' \in N} y_{iss',l+1} = y_{ijsl} \quad ; \quad i = 1, \dots, M, \quad j = 1, \dots, N, \quad s = 1, \dots, N, \quad l = 2, \dots, L-1 \quad \text{رابطه (۷)}$$

$$h_{jl} \leq \sum_{i=1}^M x_{ij} \leq M \times h_{jl} \quad ; \quad j = 1, \dots, N, \quad l = 1 \quad \text{رابطه (۸)}$$

$$h'_{sl} \leq \sum_{i=1}^M y_{ijsl} \leq M \times h'_{sl} \quad ; \quad j = 1, \dots, N, \quad s = 1, \dots, N, \quad l = 2, \dots, L \quad \text{رابطه (۹)}$$

$$\sum_{i=1}^M \lambda_i x_{ij} \leq \mu_j \quad ; \quad j = 1, \dots, N \quad \text{رابطه (۱۰)}$$

$$\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \lambda_i y_{ijsl} \leq \mu'_{sl} \quad ; \quad s = 1, \dots, N, \quad l = 2, \dots, L \quad \text{رابطه (۱۱)}$$

$$h_{jl} \in \{0,1\} \quad ; \quad j = 1, \dots, N, \quad l = 1, \dots, L$$

$$h'_{sl} \in \{0,1\} \quad ; \quad s = 1, \dots, N, \quad l = 1, \dots, L$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad ; \quad i = 1, \dots, M, \quad j = 1, \dots, N$$

$$y_{ijsl} \in \{0,1\} \quad ; \quad i = 1, \dots, M, \quad j = 1, \dots, N, \quad s = 1, \dots, N, \quad l = 2, \dots, L$$

$$\gamma_j = \sum_{i=1}^M \lambda_i x_{ij}, \quad \gamma'_{sl} = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \lambda_i y_{ijsl} \quad ; \quad s = 1, \dots, N, \quad l = 2, \dots, L, \quad j = 1, \dots, N$$

- تابع هدف اول نشان دهنده کمیته‌سازی مجموع زمان سفر و زمان انتظار مشتریان در لایه‌های مختلف است.
- تابع هدف دوم نشان دهنده حداقل کردن احتمال بیکار بودن تسهیلی است که با بیشترین زمان بیکاری مواجه است.
- محدودیت رابطه ۳ و رابطه ۴ نشان دهنده ماکزیمم تعداد تجهیزاتی است که در هر لایه می‌تواند انتخاب شوند

- محدودیت رابطه ۵ اطمینان می‌دهد که هر گره مشتری فقط به یک تسهیل تخصیص داده شود.
- محدودیت رابطه ۶ و رابطه ۷ بیانگر مسیر طی شده توسط مشتری است که مشتری در لایه‌های میانی سیستم را ترک نخواهد کرد.
- محدودیت رابطه ۸ و رابطه ۹ تضمین می‌کند که اگر تسهیلی انتخاب نشود هیچ مشتری به آن تخصیص نخواهد یافت.
- محدودیت رابطه ۱۰ و رابطه ۱۱ تضمین می‌کنند که تقاضای هر تجهیز انتخاب شده کمتر از نرخ خدمت‌دهی آن تسهیل باشد.
- محدودیت رابطه ۱۲ دامنه متغیرهای تصمیم مسئله را نشان می‌دهد.

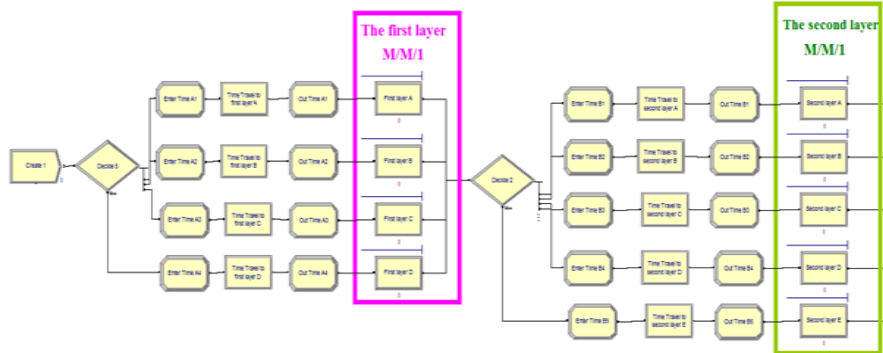
از آن‌جا که این نوع مسائل از رسته مسائل *NP-Hard* هستند و ضمن این که ابعاد مسائل مکان‌یابی می‌تواند در سطح شهرها، کشورها و قاره‌ها افزایش یابد، بعنوان یکی از پرکاربردترین ابزارهای حل این نوع مدل‌ها در ادامه کار، از پیاده‌سازی تکنیک‌های شبیه‌سازی استفاده خواهیم کرد.

رویکرد شبیه‌سازی پیشنهادی به شرح زیر است:

با توجه به مثال عددی بیان شده، شبیه‌سازی اولیه‌ای از مدل مکان‌یابی تسهیلات چند لایه در نرم‌افزار Arena ارائه داده می‌شود. در شکل (۳) و (۴) طرح اولیه‌ای براساس سناریو پایه ارائه شده است. در شکل (۳) ابتدا نهادها (ورود مشتریان داخل سیستم) توسط یک ماژول Create خلق شده و پس از آن نهادهای ایجاد شده وارد یک ماژول Decide شده و در این ماژول نسبت به تعیین انتخاب خدمت‌دهنده تصمیم‌گیری می‌شود. همانطور که قبلاً در بیان مسئله اشاره شد انتخاب تسهیل خدمت‌دهنده در هر لایه بر اساس تعداد نهادهای (افراد یا سایر موجودی‌ها) منتظر در هر خدمت‌دهنده است. به این صورت که در هر کدام از خدمت‌دهندگان هر لایه که تعداد افراد منتظر کمتری دارند، نهاد مربوط به سمت آن تسهیل حرکت خواهد کرد.



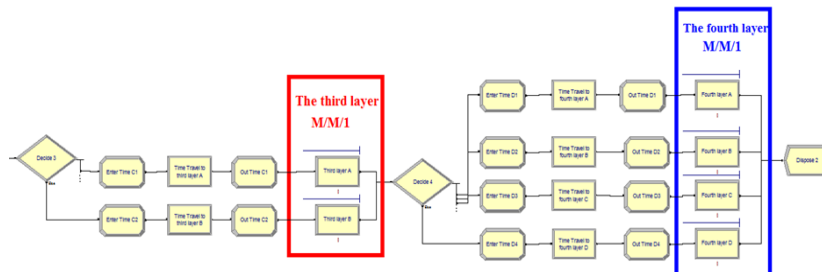
شبیه‌سازی یک مدل مکان‌یابی چند لایه‌ای تسهیلات با در نظر گرفتن تئوری صف ۶۷ ///



شکل ۳. مدل شبیه‌سازی مکان‌یابی تسهیلات، لایه اول و لایه دوم توسط نرم افزار Arena

پس از این که تسهیل مورد نظر انتخاب شد، نهاد مربوطه به تسهیل مربوطه انتقال می‌یابد. که توسط ماژول Delay مدت زمانی برابر با مدت زمان سفر باعث تأخیر در رسیدن نهاد به خدمت‌دهنده مربوط می‌شود. در مدل پیشنهادی شبیه‌سازی از ماژول Process برای تعیین مدت زمان خدمت‌دهی هر تسهیل استفاده شده و منابع لازم برای هر کدام از این تسهیلات توسط این ماژول مشخص می‌شود. طبق مدل پایه برای هر خدمت‌دهنده یک منبع در نظر گرفته شده و مسئله پایه بصورت  $M/M/1$  است.

در مدل شبیه‌سازی جهت تعیین مدت زمان سفر هر نهاد قبل و بعد از ماژول Delay یک ماژول Assign قرار داده شده است تا زمان ورود و خروج نهاد به ماژول Delay تعیین شود. قسمت دوم شبیه‌سازی مربوط به لایه سوم و چهارم است که مطابق شکل (۴) بوده و طبق مفروضات بالا مدل‌سازی شده است.



شکل ۴. مدل شبیه‌سازی مکان‌یابی تسهیلات، لایه سوم و لایه چهارم توسط نرم افزار Arena

همان طور که در مفروضات مسئله بیان شد، مشتریان نمی توانند در لایه های میانی، سیستم را ترک کنند به همین منظور، در آخر شبیه سازی یک ماژول Dispose جهت خروج نهادها (مشتریان) از سیستم تعبیه شده است.

از مهم ترین کارها در طراحی مدل های شبیه سازی، تعیین اعتبار و صحت مدل است. بمنظور تعیین اعتبار مدل های ارائه شده تغییراتی در منابع انجام شده است که سناریوها و تحلیل حساسیت این امر را نشان می دهند و تأثیر آنها بر روی شاخص های عملکردی در نتایج و یافته ها ارائه می شود. برای تعیین صحت مدل، روند جریان ورودی ها و تغییر متغیرها بصورت گام به گام مورد بررسی قرار گرفت و تغییرات مورد نظر بررسی شد. در تکرارهای مختلف سناریوهای شبیه سازی شده در نرم افزار برای پایایی نتایج تقریباً یکسانی با پراکندگی کم بدست آمده است.

جهت تعیین اعتبار و صحت مدل، رویکرد آزمون فرض مورد استفاده قرار گرفت که برای تابع هدف اول در لایه دوم بین حالت پایه و سناریو چهارم بصورت زیر تعریف می شود.

در تابع هدف اول بین حالت پایه و سناریو چهارم اختلاف معنی داری وجود ندارد:  $h_0$

در تابع هدف اول بین حالت پایه و سناریو چهارم اختلاف معنی داری وجود دارد:  $h_1$

نتایج minitab:

	N	Mean	StDev	SE Mean
C1	5	2528	438	196
C2	5	2537	439	196

Difference =  $\mu$  (C1) -  $\mu$  (C2)

Estimate for difference: -9

95% CI for difference: (-664; 647)

T-Test of difference = 0 (vs  $\neq$ ): T-Value = -0.03

P-Value = 0.976 DF = 7

با توجه به این که P-Value مقداری بزرگتر از ۰/۰۵ دارد فرض صفر رد نمی شود.

## یافته های پژوهش

در ابتدای اجرای شبیه سازی، مدل خالی و بدون موجودی است. بنابراین ممکن است داده های حاصل از آن معیار مناسبی برای تحلیل نتایج حاصل از شبیه سازی نباشند. برای جلوگیری از این موضوع، زمانی بعنوان دوره گرم شدن برای مدل در نظر گرفته می شود. این زمان برای گذار سیستم از حالت ناپایدار به حالتی است که سیستم به پایداری نسبی

شبیه‌سازی یک مدل مکان‌یابی چند لایه‌ای تسهیلات با در نظر گرفتن تئوری صف // ۶۹

دست پیدا کند. در این پژوهش زمان گرم شدن برابر با ۷ روز انتخاب گردید و هم‌چنین خود مسئله برای یک دوره ۱۵ روزه اجرا شده است.

بمنظور تعیین تعداد تکرار مدل موردنظر در محیط شبیه‌سازی، از شاخص ضریب تغییرات استفاده شده است که طبق فرمول‌های زیر بدست می‌آید.

$$C.V = \frac{S}{\bar{X}} \quad \text{رابطه ۱۳}$$
$$S = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} \quad \text{رابطه ۱۴}$$

برای مدل پایه با  $n=4$ ،  $C.V$  در بازه  $(0.15 < C.V < 0.5)$  قابل قبولی قرار دارد. بنابراین تعداد تکرار  $n=4$  تعداد مناسبی برای مسئله موردنظر است. بنابراین مدل پایه ۴ بار در محیط Arena اجرا شده و نتایج مقدار متوسط این تکرارهاست. هر یک از توابع هدف مسئله از مجموع سطوح مختلف تشکیل شده است. نتایج حاصل از اجرای شبیه‌سازی برای مدل پایه به ترتیب جداول (۱) و (۲) و (۳) مربوط به تابع هدف اول مسئله (کمینه‌سازی مدت زمان سفر)، تابع هدف دوم (کمینه‌سازی مدت زمان انتظار درون صف) و تابع هدف سوم (کمینه‌سازی بیکاری تسهیلات) است.

جدول ۱. یافته‌های پژوهش برای تابع هدف اول مسئله

تابع هدف اول ( کمینه سازی مدت زمان سفر )							سطوح
زمان سفر min					مسیر سفر		
تکرار اول	تکرار دوم	تکرار سوم	تکرار چهارم	میانگین تکرار			
۶۵۵/۷۵۶	۱۶۴/۴۵۷	۲۱۹/۸۴۲	۱۹۱/۸۷۲	۱۲۴/۲۵۳	۱۷۰/۱۰۶	ز مکان اولیه به تسهیل اول، لایه اول	
	۱۳۶/۸۷۵	۲۱۴/۰۷۷	۱۸۴/۴۱۴	۱۱۱/۱۱۷	۱۶۱/۶۲۰	ز مکان اولیه به تسهیل دوم، لایه اول	
	۱۱۱/۴۲۸	۱۷۹/۲۹۲	۱۵۸/۹۶۱	۹۱/۴۶۸	۱۳۵/۲۸۷	ز مکان اولیه به تسهیل سوم، لایه اول	
	۱۵۴/۷۱۰	۲۵۰/۶۵۳	۲۲۰/۴۷۵	۱۲۹/۳۳۰	۱۸۸/۷۹۲	ز مکان اولیه به تسهیل چهارم، لایه اول	
۶۱۳/۵۸۱	۲۵۱۷/۲۱۲	۲۴۱۷/۷۴۶	۲۴۲۲/۳۴۸	۲۵۰۱/۶۶۶	۲۴۶۴/۷۴۳	ز لایه اول به تسهیل اول، لایه دوم	
	۱۹۰۶/۶۴۹	۱۷۶۹/۵۰۲	۱۷۸۴/۴۴۵	۱۸۹۲/۶۹۵	۱۸۳۸/۳۳۳	ز لایه اول به تسهیل دوم، لایه دوم	
	۳۰۲۹/۱۵۶	۲۹۷۲/۵۱۶	۲۹۲۰/۵۶۷	۳۰۲۱/۴۶۵	۲۹۸۵/۹۲۶	ز لایه اول به تسهیل سوم، لایه دوم	
	۲۵۲۵/۹۲۴	۲۵۴۴/۳۸۳	۲۵۶۵/۹۰۷	۲۵۴۵/۰۱۱	۲۵۴۵/۳۰۶	ز لایه اول به تسهیل چهارم، لایه دوم	
	۲۸۷۱/۸۴۴	۲۷۹۵/۵۵۶	۲۷۱۸/۰۴۴	۲۸۳۵/۲۴۱	۲۸۰۵/۱۷۱	ز لایه اول به تسهیل پنجم، لایه دوم	
۹۲/۶۰	۶۴/۴۶۰	۶۶/۱۱۸	۶۲/۶۳۷	۵۷/۰۴۶	۶۲/۵۶۵	ز لایه دوم به تسهیل اول، لایه سوم	
	۳۰/۸۴۱	۳۳/۱۱۴	۲۸/۸۴۴	۲۷/۵۸۲	۳۰/۰۹۵	ز لایه دوم به تسهیل دوم، لایه سوم	
۱۴۳/۵۶	۳۷۰۹/۹۸۶	۳۷۷۷/۳۴۴	۳۷۶۹/۸۸۴	۳۷۹۳/۴۰۱	۳۷۶۲/۶۵۴	ز لایه سوم به تسهیل اول، لایه چهارم	
	۳۷۱۲/۴۷۰	۳۷۸۹/۲۵۰	۳۷۴۹/۳۳۳	۳۷۵۰/۴۱۵	۳۷۵۰/۳۶۵	ز لایه سوم به تسهیل دوم، لایه چهارم	
	۳۷۱۳/۶۲۹	۳۶۳۹/۹۶۸	۳۷۹۷/۳۵۰	۳۷۳۹/۰۴۵	۳۷۲۲/۴۹۸	ز لایه سوم به تسهیل سوم، لایه چهارم	
	۳۴۱۷/۸۹۸	۳۳۷۳/۸۱۸	۳۴۱۳/۲۷۱	۳۴۰۳/۳۲۹	۳۴۰۲/۰۷۹	ز لایه سوم به تسهیل چهارم، لایه چهارم	

شبیه‌سازی یک مدل مکان یابی چند لایه‌ای تسهیلات با در نظر گرفتن تئوری صف // ۷۱

جدول ۲. یافته‌های پژوهش برای تابع هدف دوم مسئله

تابع هدف دوم (کمینه‌سازی مدت زمان انتظار درون صف)							سطوح
زمان انتظار min						تسهیل دارای صف	
مجموع لایه	میانگین تکرار	تکرار چهارم	تکرار سوم	تکرار دوم	تکرار اول		
۹۲۲۷/۱۴۴	۲۰۰۸/۶۵۷	۱۹۹۶/۶۹۷	۲۰۳۳/۳۵۱	۱۹۹۰/۶۷۸	۲۰۱۳/۹۰۳	تسهیل اول	لایه اول
	۲۴۶۳/۳۱۳	۲۵۳۸/۰۰۲	۲۴۵۸/۲۱۱	۲۴۱۱/۰۳۸	۲۴۴۶/۰۰۲	تسهیل دوم	
	۲۷۰۴/۱۲۴	۲۷۳۳/۷۹۸	۲۷۰۸/۸۱۱	۲۶۸۶/۶۰۰	۲۶۸۷/۲۸۸	تسهیل سوم	
	۲۰۵۱/۰۴۹	۲۰۳۴/۸۶۷	۲۱۲۹/۳۲۴	۲۰۵۰/۱۹۲	۱۹۸۹/۸۱۴	تسهیل چهارم	
۸۲۴۵/۹۵۲	۱۶۲۹/۸۶۱	۱۶۴۰/۶۹۵	۱۶۵۱/۲۴۴	۱۵۵۷/۴۳۱	۱۶۷۰/۰۹۳	تسهیل اول	لایه دوم
	۱۸۶۷/۹۰۲	۱۸۶۴/۵۱۱	۱۸۲۷/۹۶۳	۱۹۲۲/۳۳۷	۱۸۵۶/۸۲۵	تسهیل دوم	
	۱۳۰۵/۶۶۲	۱۳۱۲/۶۷۲	۱۳۲۶/۱۴۵	۱۲۸۹/۳۵۷	۱۲۹۴/۴۷۳	تسهیل سوم	
	۱۸۸۲/۱۰۴	۲۰۲۲/۵۷۲	۱۷۳۱/۱۸۲	۱۸۳۶/۷۰۲	۱۹۳۷/۹۶۱	تسهیل چهارم	
	۱۵۶۰/۴۲۳	۱۵۳۴/۹۴۹	۱۵۰۵/۱۳۷	۱۶۰۰/۱۱۸	۱۶۰۱/۴۸۷	تسهیل پنجم	
۷۱۱۶/۹۳۵	۳۸۷۲/۶۳۷	۳۸۱۶/۶۰۵	۳۸۷۰/۴۳۴	۳۹۲۷/۱۷۶	۳۸۷۶/۳۳۴	تسهیل اول	لایه سوم
	۳۲۴۴/۲۹۸	۳۱۲۶/۶۶۵	۳۳۲۹/۹۹۳	۳۳۴۵/۷۰۵	۳۱۷۴/۸۲۹	تسهیل دوم	
۶۵۶۶/۸۴۰	۱۵۷۵/۶۱۷	۱۵۷۲/۸۷۹	۱۵۳۷/۷۵۰	۱۵۸۸/۷۷۴	۱۶۰۳/۰۴۷	تسهیل اول	لایه چهارم
	۱۴۴۹/۲۱۶	۱۴۳۵/۷۶۱	۱۴۵۰/۲۴۸	۱۴۰۰/۹۳۹	۱۵۰۹/۹۱۷	تسهیل دوم	
	۱۷۴۹/۶۴۰	۱۶۹۷/۷۶۲	۱۸۰۸/۰۰۸	۱۷۹۷/۹۳۱	۱۶۹۴/۸۶۰	تسهیل سوم	
	۱۷۹۲/۳۶۶	۱۸۲۹/۴۳۹	۱۸۰۴/۷۰۸	۱۷۷۳/۸۷۴	۱۷۶۱/۴۴۴	تسهیل چهارم	

جدول ۳. یافته‌های پژوهش برای تابع هدف سوم مسئله

تابع هدف سوم (کمینه‌سازی بیکاری تسهیلات)								سطوح
مجموع لایه	میانگین بیکاری	میانگین مشغول بودن منبع					نام منبع	
		میانگین تکرار	تکرار چهارم	تکرار سوم	تکرار دوم	تکرار اول		
۰/۰۰۰	۰	۱	۱	۱	۱	۱	منبع اول	لایه اول
	۰	۱	۱	۱	۱	۱	منبع دوم	
	۰	۱	۱	۱	۱	۱	منبع سوم	
	۰	۱	۱	۱	۱	۱	منبع چهارم	
۰/۰۰۰	۰	۱	۱	۱	۱	۱	منبع اول	لایه دوم
	۰	۱	۱	۱	۱	۱	منبع دوم	
	۰	۱	۱	۱	۱	۱	منبع سوم	
	۰	۱	۱	۱	۱	۱	منبع چهارم	
	۰	۱	۱	۱	۱	۱	منبع پنجم	
۰/۰۴۹	۰/۰۰۴	۰/۹۹۶	۰/۹۹۶	۰/۹۹۶	۰/۹۹۸	۰/۹۹۴	منبع اول	لایه سوم
	۰/۰۴۵	۰/۹۵۵	۰/۹۴۲	۰/۹۵۳	۰/۹۶۶	۰/۹۵۹	منبع دوم	
۰/۰۰۰	۰	۱	۱	۱	۱	۱	منبع اول	لایه چهارم
	۰	۱	۱	۱	۱	۱	منبع دوم	
	۰	۱	۱	۱	۱	۱	منبع سوم	
	۰	۱	۱	۱	۱	۱	منبع چهارم	

شبیه‌سازی یک مدل مکان یابی چند لایه‌ای تسهیلات با در نظر گرفتن تئوری صف ۷۳ ///

۴ سناریو دیگر بجزء حالت پایه توسط محققین طراحی شده تا با استفاده از نظریه صف بتوان تأثیر افزایش تعداد خدمت‌دهندگان را در سیستم مکان‌یابی تسهیلات چند لایه‌ای بررسی کرده و بهینه‌ترین سناریو انتخاب شود. سناریوهای طراحی شده مطابق جدول (۴) است. در جدول (۴) مدل‌های صف نشان‌دهنده تعداد خدمت‌دهندگان در هر لایه به ازای هر کدام از تسهیلات است و منابع تعداد وسایل حمل و نقل را برای هر کدام از تسهیلات مشخص می‌سازد. توضیح این که در لایه‌هایی که تعداد منابع ۲ ذکر شده، مدت زمان سفر از تسهیل لایه قبل به تسهیل لایه بعد نصف می‌شود. بعد از این که اطلاعات مورد نیاز در این پژوهش بمنظور مدل‌سازی، ارزیابی و بهبود پارامترها یا شاخص‌های عملکردی و بررسی سناریوهای مختلف بدست آمد، مدل‌های مکان‌یابی تسهیلات چند لایه‌ای هر کدام از سناریوها، در محیط نرم‌افزار Arena شبیه‌سازی می‌شود. کلیه سناریوها در مدت زمان ۱۵ روز و ۴ بار برای هر کدام از سناریوها تکرار شدند. نتایج حاصل از اجرای شبیه‌سازی سناریوها به همراه نتایج مدل پایه مطابق جدول (۵) است.

جدول ۴. طراحی سناریوهای مختلف جهت شبیه‌سازی

لایه اول		لایه دوم		لایه سوم		لایه چهارم		
مدل صف	منابع	مدل صف	منابع	مدل صف	منابع	مدل صف	منابع	
M/M/1	۱	M/M/1	۱	M/M/1	۱	M/M/1	۱	مدل پایه
M/M/2	۲	M/M/1	۱	M/M/1	۱	M/M/1	۱	سناریوی اول
M/M/1	۱	M/M/2	۲	M/M/1	۱	M/M/1	۱	سناریوی دوم
M/M/1	۱	M/M/2	۲	M/M/1	۱	M/M/1	۱	سناریوی سوم
M/M/1	۱	M/M/1	۱	M/M/2	۲	M/M/1	۱	سناریوی چهارم

**جدول ۵. نتایج حاصل از اجرای شبیه‌سازی سناریوها**

سناریو چهارم	سناریو سوم	سناریو دوم	سناریو اول	مدل پایه	
۲۸۱۸۴/۸۹۶	۲۸۳۶۹/۴۶۱	۲۹۴۰۵/۷۲۶	۲۸۳۸۲/۳۷۶	۲۸۰۲۵/۵۳۱	تابع هدف اول
۱۴۳۸۵/۵۸۷	۲۸۱۰۳/۳۶۶	۲۰۶۶۰/۲۳۵	۲۸۲۲۷/۲۵۵	۳۱۱۵۶/۸۷۱	تابع هدف دوم
۰/۳۱۵	۰/۹۱۸	۱/۴۲۴	۲/۰۶۷	۰/۰۴۹	تابع هدف سوم

تحلیل حساسیت مدل اصلی بصورت زیر انجام شده است:

تحلیل حساسیت تعیین کننده میزان حساسیت جواب بهینه در مقابل تغییرات معین در مدل اصلی است که منظور از آن بررسی تأثیر تغییرات محتمل پارامترها بر روی جواب بهینه است. هدف اصلی تحلیل حساسیت، شناختن پارامترهای کاملاً حساس است تا تخمین آن‌ها با دقت بیشتری انجام شود. برخی پارامترها را جهت انجام تحلیل حساسیت انتخاب کرده‌ایم که شامل بازه مدت زمان سفر و بازه مدت زمان ارائه خدمت توسط خدمت‌دهندگان هستند. در این پژوهش در چهار حالت تحلیل حساسیت انجام شده است که عبارتند از:

تحلیل حساسیت اول: افزایش بازه مدت زمان سفر کلیه لایه‌ها به میزان ۲۰٪.

تحلیل حساسیت دوم: افزایش بازه ارائه خدمات توسط کلیه خدمت‌دهندگان به میزان ۲۰٪.

تحلیل حساسیت سوم: افزایش همزمان بازه مدت زمان سفر کلیه لایه‌ها به میزان ۲۰٪ و افزایش بازه ارائه خدمات توسط کلیه خدمت‌دهندگان به میزان ۲۰٪.

تحلیل حساسیت چهارم: کاهش همزمان بازه مدت زمان سفر کلیه لایه‌ها به میزان ۲۰٪ و کاهش بازه ارائه خدمات توسط کلیه خدمت‌دهندگان به میزان ۲۰٪.

همه تغییرات بر روی سناریو پایه اعمال شده و نتایج آن بصورت جدول (۶) است.

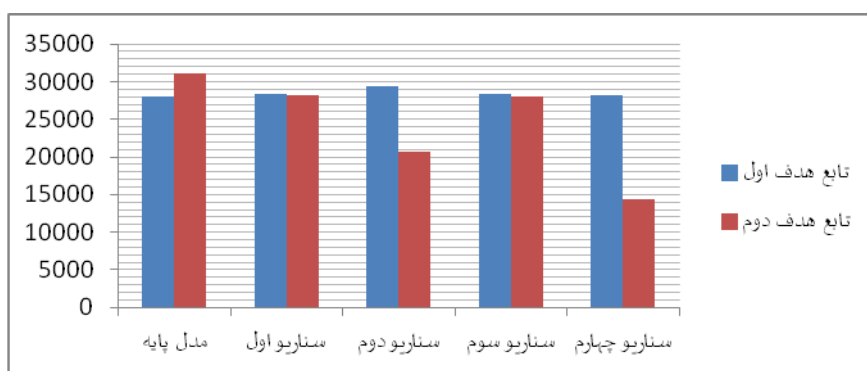
**جدول ۶. نمایش خروجی تحلیل حساسیت**

تحلیل حساسیت	تحلیل حساسیت	تحلیل حساسیت	تحلیل حساسیت	
۳۰۶۷۲/۴۸۰۵	۳۱۰۵۲/۵۸۷۵	۳۰۴۸۲/۷۹۳۰	۳۲۲۲۹/۸۵۱۸	تابع هدف
۲۷۲۶۲/۱۱۹۹	۲۹۶۰۱/۷۳۰۶	۲۸۹۸۹/۱۰۱۴	۲۸۲۲۶/۱۴۸۹	تابع هدف
۰/۰۴۹۱	۰/۰۶۲۹	۰/۰۶۵۶	۰/۰۵۷۴	تابع هدف

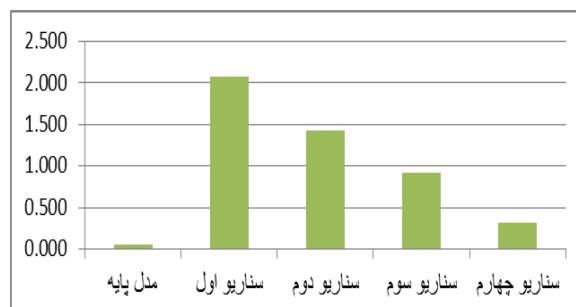


شبیه‌سازی یک مدل مکان‌یابی چند لایه‌ای تسهیلات با در نظر گرفتن تئوری صف ۷۵ ///

در این قسمت نتایج توابع هدف حاصل از اجرای سناریوهای مختلف بعد از اجرای پویای زمانی آن‌ها در نرم افزار شبیه‌سازی Arena ارائه شده است. بر اساس جدول بالا می‌توان هر کدام از هدف‌ها را بصورت جداگانه در نظر گرفته و براساس شاخص میانگین تحلیل کرد که بر این اساس نمودارهای زیر به دست می‌آید.



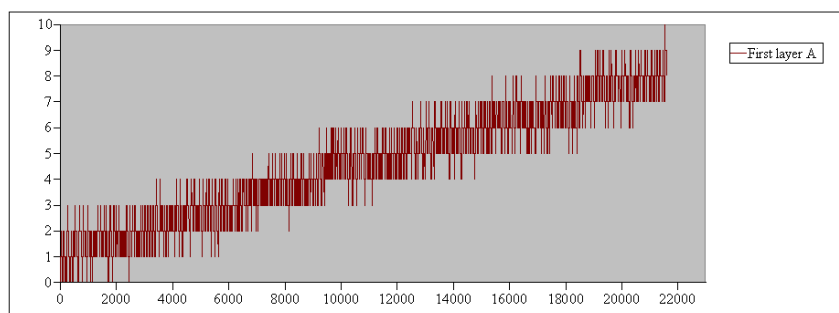
شکل ۵. نمایش میزان تابع هدف اول و دوم به تفکیک سناریو



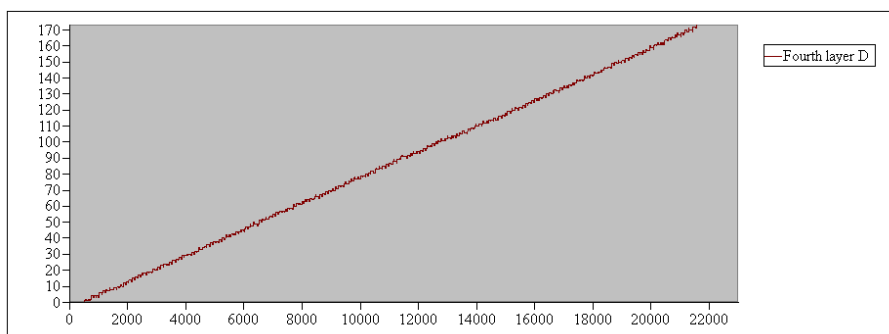
شکل ۶. نمایش میزان تابع هدف سوم به تفکیک سناریو

در این قسمت ابتدا به تحلیل تابع هدف اول پرداخته که با توجه به نتایج بدست آمده و مشاهده شکل ۵ دو حالت مدل پایه و سناریو چهارم در کمینه‌ترین حالت قرار دارند که البته اختلاف ناچیزی بین این دو حالت وجود داشت. هم‌چنین برای تابع هدف دوم سناریو چهارم در کمینه‌ترین حالت قرار دارد، از این رو برای دو تابع اول و دوم سناریو چهارم بهترین انتخاب است. برای تابع هدف سوم که کمینه‌سازی بیکاری خدمت‌دهندگان است مدل پایه از تمامی سناریوها بهتر بوده و سناریو چهارم با کمی اختلاف در رتبه دوم برای

کمیته‌سازی بیکاری خدمت‌دهندگان قرار دارد. در چنین شرایطی اگر بتوان از این اختلاف بین دو سناریو چشم‌پوشی کرد، سناریو چهار بعنوان بهترین گزینه برای کمیته‌سازی توابع هدف انتخاب می‌شود. توجه به این نکته مهم هست که، مدل‌های شبیه‌سازی فقط می‌توانند طرح‌های از پیش تعیین شده را تحلیل کنند و نمی‌توانند خودشان طرح خاصی تولید و ارائه کنند. مدل‌های شبیه‌سازی در تعیین عملکرد یک طرح پیشنهاد شده مفید هستند ولی در مورد انتخاب بهترین طرح از میان تعدادی طرح پیشنهاد شده نمی‌توانند تصمیم‌گیری کنند. مدل‌های شبیه‌سازی قادر به تعیین مقدار بهینه متغیرهای تصمیم نیستند، زیرا با ماهیت شبیه‌سازی در تضادند. از این رو، می‌توان تغییرات متغیرهای تصمیم را مشاهده کرده و نسبت به آن‌ها تصمیم‌گیری کرد. نمودارهای زیر میزان تغییرات متغیرهای تصمیم در هر یک از لایه‌ها به ازای یک تسهیل در مدل شبیه‌سازی شده را نمایش می‌دهند.



شکل ۷. تغییرات میزان متغیر تصمیم  $X_{ii}$  - مشتری  $A$  به تسهیل یک در لایه اول تخصیص داده شده است.



شکل ۸. تغییرات میزان متغیر تصمیم  $Y_{i434}$  - مشتری  $A$  به تسهیل چهار در لایه چهارم تخصیص داده شده است.

## نتیجه‌گیری و پیشنهادات

مکانیابی چند لایه‌ای تسهیلات با استفاده از شبیه‌سازی مدل‌سازی شده است. چهار سناریو با توجه به تئوری صف و اختصاص تعداد خدمت‌دهندگان بیشتر به لایه‌های متفاوت (M/M/2) و افزایش ظرفیت حمل و نقل طراحی شده و توابع هدف هر کدام از سناریوها اندازه‌گیری شد و در انتها با مدل پایه مورد مقایسه قرار گرفت. تمامی سناریوها تأثیر افزایش تعداد خدمت‌دهندگان و افزایش ظرفیت حمل و نقل را بر روی عملکرد مکانیابی تسهیلات مورد بررسی قرار دادند. نتایج حاکی از آن است که افزایش تعداد خدمت‌دهندگان، باعث کاهش مدت زمان انتظار مشتریان در صف خواهد بود و هم‌چنین افزایش ظرفیت حمل و نقل بین لایه‌ها مختلفاً باعث کاهش زمان سفر بین لایه‌ها خواهد شد.

نتایج حاصل از شبیه‌سازی نشان داد که میانگین زمان سفر در کلیه لایه‌ها برای مدل پایه برابر با ۲۸۰۲۵/۵۳ دقیقه و میانگین زمان انتظار جهت دریافت خدمات در مجموع لایه‌ها برابر با ۳۱۱۵۶/۸۷ دقیقه و هم‌چنین میانگین احتمال بیکاری تسهیلات در کلیه لایه‌ها برابر با ۰/۰۴۹ دقیقه است. با توجه به نتایج بدست آمده از اجرای شبیه‌سازی و آزمایش ۴ سناریوی مختلف، می‌توان بیان کرد که سناریوی شماره ۴ تنها با افزایش ۱ منبع به هر کدام از تسهیلات موجود در لایه چهارم، که مجموعاً افزایش ۴ منبع است، زمان انتظار متقاضیان درون صف در حدود ۴۶٪ را بهبود می‌دهد.

## منابع

- Aboolian R. & Berman O. & Drezner Z. (2009). The multiple server center location problem. *Annals of Operations Research*, 167: 337–352.
- Abouee-Mehrizi H. & Babri S. & Berman O. & Shavandi H. (2011). Optimizing capacity, pricing and location decisions on a congested network with balking. *Mathematical Methods of Operations Research*, 74 (2): 233-255.
- Berman O. & Krass D. & Wang J. (2006). Locating service facilities to reduce lost demand. *IIE Transactions*, 38 (11): 933 – 946.
- Berman O. & Larson R.C. & Chiu S.S. (1985). Optimal Server Location on A Network Operating as an M/G/1 Queue. *Operations Research*, 33 (4): 746-771.
- Berman O. & Tong D. & Krass D. Pricing, (2010a). *location and capacity planning with elastic demand and congestion*. Working paper. University of Toronto.
- Berman O. & Tong D. & Krass D. Pricing, (2010b). *location and capacity planning with equilibrium driven demand and congestion* working paper. University of Toronto.
- Berman O. (2007). Locating capacitated facilities to maximize captured demand. *IIE Transactions*, 39 (11): 1015-1029.
- Boffey B. & Galvao R. & Espejo L. (2007). A review of congestion models in the location of facilities with immobile servers. *European Journal of Operational Research*, 178 (3): 643–662.
- Brandeau M.L. & Chiu S.S. (1990). A unified family of single-server queuing location models. *Operations Research*, 38 (6): 1034–1044.
- Chambari A.H. & Rahmaty S.H. & Hajipour V. & Karimi A. (2011). A bi-objective model for location-allocation problem within queuing framework. *World Academy of Science. Engineering and Technology*, 5 (6): 138-145.
- Current J. & Daskin M. & Schilling D. (2002). Discrete network location models. *facility location: applications and theory*. Springer, Heidelberg, 80-118.
- Dong M. & Wua C. & Hou F. (2009). Shortest path based simulated annealing algorithm for dynamic facility layout problem under dynamic business environment. *Expert Systems with Applications*, 36 (8): 11221–11232.
- Farahani R.Z. & Steadie Seifi M. & Asgari N. (2010). Multiple criteria facility location problems: A survey. *Applied Mathematical Modelling*, 34 (7): 1689-1709.
- Hakimi S.L. (1964). Optimum locations of switching centers and the absolute centers and medians of a graph. *Operation Research*, 12 (3): 450–459.
- Hodgson M.J. & Berman O. (1997). A billboard location model, *Geographical and Environmental Modeling* 1, 25–43
- Love R.L. & Morris J.G. & Wesolowsky G.O. (1988). *Facility Location: Models and Methods*. North-Holland Publishing Company, New York, (Cited by Francis).
- Marianov V. & Reville C. (1995). Siting emergency services in Facility Location: A Survey of Applications and Methods. Springer Series in Operations Research.
- Marianov V. & Rios M. (2000). A probabilistic quality of service constraint for a location model of switches in ATM Communications networks. *Annals of Operations Research*, 96: 237–243.
- Mehdizadeh E. & Tavarroth M.R. & Hajipour V. (2011). A New hybrid Algorithm to Optimize Stochastic-Fuzzy Capacitated Multi-Facility Location-Allocation Problem. *Journal of Industrial Engineering Islamic Azad University of Qazvin*, 4 (7): 71–80.
- Melo M.T. & Nickel S. & Saldanha-da-Gama F. (2009). Facility location and supply chain management – A review. *European Journal of Operational Research*, 196 (2): 401–412.
- Pasandideh S.H.R. & Niaki S.D.A. (2010). Genetic application in a facility location problem with random demand within queuing framework. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 23 (3): 234-546.
- Pasandideh SHR. & Niaki STA. & Hajipour V. (2011). A multi-objective facility location model with batch arrivals: two parameter-tuned meta-heuristic algorithms. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 24 (2): 331-348.
- Shanthikumar J.G. & Yao D.D. (1987). Optimal Server Allocation in a System of Multi- Server Stations. *Management Science*, 33 (9): 1173-1180.
- Shavandi H. & Mahlooji H. (2006). A Fuzzy Queuing Location Model with A Genetic Algorithm Congested Systems. *Applied Mathematics and Computation*, 181 (1): 440 -456.