



Presenting a model for scheduling parallel machines considering divisible tasks, and preparation time by reduction of energy cost

Samira Sameye¹, Javad Rezaeian² and Mohammad Reza Lotf³

1. PhD Student, Department of Industrial Management, Firouzkooch Branch, Islamic Azad University, Firouzkooch, Iran. Email: samiee.samira@yahoo.com
2. Associate Professor, Department of Industrial Engineering, Faculty of Management and Industrial Engineering, Mazandaran University of Science and Technology, Babol, Iran. Email: j.rezaeian@ustmb.ac.ir
3. Assistant Professor, Department of Industrial Engineering, Firouzkooch Branch, Islamic Azad University, Firouzkooch, Iran. Email: m.reza_lotfi@yahoo.com

Article Info	ABSTRACT
Article type: Research Article	Scheduling parallel machines is an important problem in manufacturing systems, one of the important goals of which is to minimize the completion time, but the goals in this problem are not limited to scheduling and can include costs, including energy costs. In this research, a model for scheduling parallel machines by considering divisible jobs, sequence-dependent startup, and setup time to minimize the completion time and energy costs is presented. First, a two-objective model was designed and then solved with two algorithms, NSGAII and MOGWO. The results showed that the MOGWO algorithm had better performance than the NSGAII algorithm and achieved better results both in terms of objective function values and multi-objective criteria. Setup time can influence on make span to more than 75 percent. But NSGAII algorithm gives better results and make span can be improved based on this algorithm.
Article history: Received 4 July 2025 Received in revised form 5 August 2025 Accepted 21 October 2025 Published online 1 December 2025	
Keywords: Scheduling problem, parallel machines, energy cost, metaheuristic algorithm.	

Cite this article: Sameye, S. & et al, (2025), Presenting a model for scheduling parallel machines considering divisible tasks, and preparation time by reducing energy cost. *Engineering Management and Soft Computing*, 11 (2). 85-106.
DOI: <https://doi.org/10.22091/jemsc.2025.12352.1256>



© The Sameye et. al (2025)
DOI: <https://doi.org/10.22091/jemsc.2025.12352.1256>

Publisher: University of Qom

1) INTRODUCTION

Parallel machines is a production scheduling problem that refers to the order in which machines are placed in manufacturing plants. The parallel machines problem is a polynomial problem that becomes NP-hard as the problem size increases [1]. This problem can be subjected to various assumptions, one of which is the existence of divisible tasks. This means that different activities can be divided among multiple machines, rather than requiring a single machine to perform a single task from the outset [2]. This is an important assumption that has many applications in the real world because in the real world, we do not necessarily see one machine performing a single task completely, but rather the possibility of dividing tasks between machines [3,4]. In the present study, an attempt is made to present a model that covers the above assumptions. This model is a dual-objective model that seeks to both minimize the completion time and minimize energy. The reason for considering the problem of parallel machines in the present study is that the existence of parallel machines and their increase in number complicates scheduling problems, and therefore leads to the introduction of new assumptions in the scheduling problem and the need to solve it and consider existing approaches to this problem. Therefore, it is necessary to consider the problem of parallel machines more seriously and by rejecting the existing assumptions in this problem, given their impact on production. On the other hand, the presented model focuses on tasks that can be divided between machines and assumes that tasks can be divided between machines. On the other hand, the startup time depends on the sequence in parallel machines, and on the other hand, the preparation time of tasks is also calculated separately.

2) Solution Method

The problem of parallel machines is very important in production planning because with the increase in the number of machines, the complexity of the problem also increases, and therefore this issue must be taken seriously and using computational algorithms, because it is not possible to calculate the results of the development of parallel machines easily and it is necessary to use mathematical modelling and mathematical algorithms to solve the problem. In addition, this problem naturally has its own assumptions that can affect the process of solving the problem. In order to solve the above model, two algorithms, NSGAII and multi-objective Gray Wolf, are used. The reason for using the NSGAII algorithm is that this algorithm is basic and its ability and history in solving similar models such as parallel machine scheduling models, which has been observed in previous research. Regarding the multi-objective Gray Wolf algorithm, the ability of this algorithm to solve complex problems and generate Pareto points is one of the important features of this algorithm. In addition, the multi-objective Gray Wolf algorithm is among the new meta-heuristic algorithms that are used in the present study.

3) conclusion

In this study, a parallel machine scheduling model was presented with two objectives: minimizing completion time and minimizing energy cost. Three important issues were raised in it, namely, work division capability, sequence-dependent startup time, and job preparation time. The results show that the two algorithms NSGAII and MOGWO are capable of solving the problem in different and large dimensions, and the performance of the MOGWO algorithm is better than the NSGAII algorithm overall. In addition, in terms of the three criteria of multi-objective problems, namely, the production of Pareto points, the crowding distance, and the distance to the ideal point, a comparison was also made between the two algorithms, which showed that in terms of the production of Pareto points, the genetic algorithm produces more Pareto points, while the gray wolf algorithm is weaker in this respect, but is in more favourable conditions in terms of the crowding distance and the distance to the ideal point. The results show that both sequence-dependent time and preparation time can affect and increase both the cost and completion time of the job, but the gray wolf algorithm has a better performance in this regard and reduces the cost and time. It is worth noting that the ability to divide work was considered as an important innovation in the present study, which previous studies did not pay special attention to, but this study considered it as a real-world issue because in the real world, in parallel machines, there is

always the possibility of dividing work between two or more machines, and it is not the case that one machine must perform a task from start to finish.

4) ACKNOWLEDGEMENTS

The authors would like to make special thanks to the anonymous reviewers for their careful reading of our manuscript and their relevant and useful comments that helped us improve the paper.

REFERENCES

- [1] Gao, J., Sun, G. X., & Qian, T. H. (2024). Optimization of production scheduling through a multi-objective constrained greedy model. *J. Intell Manag. Decis*, 3(3), 159-174.
<https://doi.org/10.1016/j.cie.2021.107712>
- [2] Zhang, Z. (2024). Multi-objective optimization method for building energy-efficient design based on multi-agent-assisted NSGA-II. *Energy Informatics*, 7(1), 1-17.
<https://doi.org/10.1186/s42162-024-00394-4>
- [3] Mohamadifar, L., Moosavirad, S. H., & Mirhosseini, M. (2024). Application of linear programming model for optimizing the components of combined photovoltaic and battery system. *Engineering Management and Soft Computing*, 10(1), 143-154. <https://doi.org/10.22091/jemsc.2024.11166.1194>
- [4] Catanzaro, D., Pesenti, R., & Ronco, R. (2023). Job scheduling under Time-of-Use energy tariffs for sustainable manufacturing: a survey. *European Journal of Operational Research*, 308(3), 1091-1109.
<https://doi.org/10.1016/j.ejor.2023.01.029>

ارائه مدلی برای زمان بندی ماشین های موازی با در نظر گرفتن اقدامات قابل تقسیم، زمان آماده سازی با کاهش هزینه انرژی

سمیرا سمیعی^۱ , جواد رضائیان^۲  و محمدرضا لطفی^۳ 

۱. دانشجوی دکتری مدیریت صنعتی، واحد فیروزکوه، دانشگاه آزاد اسلامی، فیروزکوه، ایران. رایانامه: samiee.samira@yahoo.com

۲. نویسنده مسئول، دانشیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده مدیریت و مهندسی صنایع، دانشگاه علوم و فنون مازندران، بابل، ایران. رایانامه: j.rezaeian@ustmb.ac.ir

۳. استادیار گروه مهندسی صنایع، واحد فیروزکوه، دانشگاه آزاد اسلامی، فیروزکوه، ایران. رایانامه: m.reza_lotfi@yahoo.com

اطلاعات مقاله	چکیده
نوع مقاله: مقاله پژوهشی	زمان بندی ماشین های موازی، از مسائل مهم در سیستم های تولید است که یکی از اهداف با اهمیت در آن، حداقل ساختن زمان اتمام کار می باشد. در خصوص این مسئله، اهداف محدود به زمان بندی نبوده و می تواند هزینه از جمله هزینه انرژی را شامل شود. در این تحقیق، یک مدل برای زمان بندی ماشین های موازی با در نظر گرفتن اقدامات قابل تقسیم، راه اندازی وابسته به توالی و زمان آماده سازی به منظور حداقل ساختن زمان اتمام کار و هزینه انرژی ارائه گردید. ابتدا مدل دوهدفه طراحی شد سپس با دو الگوریتم NSGAII و MOGWO حل گردید. نتایج نشان داد که الگوریتم MOGWO دارای عملکرد بهتری نسبت به الگوریتم NSGAII بوده و هم از لحاظ مقادیر توابع هدف و هم از لحاظ معیارهای چندهدفه، به نتایج بهتری دست یافته است. زمان آماده سازی می تواند الگوریتم فراابتکاری، ماشین های موازی، مسئله زمان بندی، هزینه زمان اتمام کار به شکل قابل توجهی بهبود می یابد.
تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۳/۰۸	
تاریخ بازنگری: ۱۴۰۴/۰۵/۰۴	
تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۷/۰۱	
تاریخ انتشار: ۱۴۰۴/۰۹/۱۰	
کلیدواژه ها: الگوریتم فراابتکاری، ماشین های موازی، مسئله زمان بندی، هزینه زمان اتمام کار به شکل قابل توجهی بهبود می یابد.	

استناد: سمیعی، سمیرا و همکاران. (۱۴۰۴). «ارائه مدلی برای زمان بندی ماشین های موازی با در نظر گرفتن اقدامات قابل تقسیم، زمان آماده سازی با کاهش هزینه انرژی». مدیریت مهندسی و رایانش نرم، دوره ۱۱ (۲). صص: ۸۵-۱۰۶. <https://doi.org/10.22091/jemsc.2025.12352.1256>



(۱) مقدمه

ماشین‌های موازی، یک مسئله ذیل زمان‌بندی تولید است که اشاره به ترتیب قرار گرفتن ماشین‌آلات در کارخانه‌های تولیدی دارد. مسئله ماشین‌های موازی از نوع مسائل چندجمله‌ای است که با افزایش ابعاد مسئله، به شکل NP hard در می‌آید (گائو و همکاران، ۲۰۲۴). این مسئله می‌تواند در معرض مفروضات مختلفی قرار گیرد. یکی از این مفروضات وجود اقدامات قابل تقسیم است. این بدان معناست که فعالیت‌های مختلف می‌تواند بین ماشین‌آلات مختلف تقسیم شود نه اینکه لزوماً یک ماشین، یک کار را بطور کامل از ابتدا انجام دهد (ژانگ، ۲۰۲۴). این فرض مهمی است که در جهان واقعی کاربرد بسیاری دارد چرا که در جهان واقعی لزوماً شاهد این موضوع نیستیم که یک ماشین یک کار را بطور کامل انجام دهد بلکه امکان تقسیم کارها بین ماشین‌آلات وجود دارد (نگری و همکاران، ۲۰۲۴).

موضوع دومی که در زمان‌بندی ماشین‌های موازی می‌تواند مطرح باشد، راه‌اندازی وابسته به توالی است. زمان راه‌اندازی وابسته به توالی، اشاره به این نکته دارد که ماشین‌آلات نیازمند راه‌اندازی می‌باشند. این راه‌اندازی به توالی انجام کارها بستگی دارد (کاتانزارو و همکاران، ۲۰۲۳). بنابراین زمان تولید به زمان پردازش افزوده شده و بر این اساس زمان کل انجام یک فعالیت محاسبه شود. موضوع بعدی درخصوص زمان آماده‌سازی این است که زمان آماده‌سازی مجزا از زمان راه‌اندازی وابسته به توالی است و اشاره به آماده‌سازی یک کار دارد. به این صورت که بجز راه‌اندازی ماشین‌آلات، کارها نیز باید آماده‌سازی شده و این به زمان کل اضافه می‌کند. درنهایت با این مفروضات، زمان اتمام کار محاسبه می‌شود اما موضوع محدود به زمان اتمام کار نیست بلکه مسائل دیگری نظیر هزینه انرژی نیز حائز اهمیت است. ماشین‌آلات انرژی را مصرف می‌کنند و این انرژی مشمول هزینه می‌شود که حتی در زمان روشن و خاموش کردن دستگاه‌ها، این انرژی بیشتر می‌شود (گو و همکاران، ۲۰۲۳). بنابراین هدف دیگری که می‌تواند در مسئله زمان‌بندی ماشین‌های موازی مطرح باشد، حداقل ساختن هزینه انرژی است.

در تحقیق حاضر تلاش می‌شود، مدلی ارائه شود که مفروضات فوق را پوشش دهد. این مدل یک مدل دوهدفه است که هم به دنبال حداقل ساختن زمان اتمام کار و هم به دنبال حداقل ساختن انرژی می‌باشد. علت در نظر گرفتن مسئله ماشین‌های موازی در تحقیق حاضر، این است که وجود ماشین‌های موازی و افزایش تعداد آنها باعث پیچیدگی مسائل زمان‌بندی می‌شود و این باعث مطرح شدن مفروضات جدید در مسئله زمان‌بندی و نیاز به حل آن و در نظر گرفتن رویکردهای موجود در این مسئله می‌شود. بنابراین لازم است مسئله ماشین‌های موازی با توجه به تاثیری که در بحث تولید دارند، بطور جدی‌تر و با در نظر گرفتن مفروضات موجود در این مسئله مورد توجه قرار گیرد.

مدل ارائه شده، متمرکز بر اقدامات قابل تقسیم بین ماشین‌آلات است و فرض را بر این قرار می‌دهد که کارها بین ماشین‌آلات قابل تقسیم می‌باشند. از یک سو، زمان راه‌اندازی وابسته به توالی در ماشین‌های موازی در نظر گرفته شده و از سوی دیگر، زمان آماده‌سازی کارها بطور جداگانه محاسبه می‌شود. در پایان، محقق به دنبال ارائه مدلی برای زمان‌بندی ماشین‌های موازی با در نظر گرفتن اقدامات قابل تقسیم، راه‌اندازی وابسته به توالی و زمان آماده‌سازی به منظور حداقل ساختن زمان اتمام کار و هزینه انرژی در کارخانه پلی‌اتیلن سمنان می‌باشد. ساختار مقاله حاضر به این صورت است که در بخش

بعدی مرور ادبیات ارائه شده سپس به معرفی مدل پرداخته می‌شود. پس از آن تجزیه و تحلیل و پیاده‌سازی آزمایشات انجام شده و در انتها نتیجه‌گیری تشریح می‌شود.

۲) مرور ادبیات

در این بخش، به بررسی کلی تحقیقات انجام شده در زمینه بهینه‌سازی زمان‌بندی ماشین‌های موازی پرداخته می‌شود و اهداف و روش‌های بکاررفته در این مطالعات مورد بحث قرار می‌گیرد. همچنین مقایسه‌ای بین تحقیقات پیشین و تحقیق حاضر انجام می‌شود تا شکاف‌های موجود شناسایی گردد. مون و همکاران (۲۰۱۳) به بهینه‌سازی زمان‌بندی تولید با هزینه برق وابسته به زمان و ماشین پرداخته و الگوریتمی ترکیبی برای کاهش دوره تولید و هزینه‌های برق ارائه کردند. دینگ و همکاران (۲۰۱۵) نیز به زمان‌بندی ماشین‌های موازی تحت قیمت‌های انرژی زمان‌محور پرداختند و دو رویکرد بهینه‌سازی را معرفی کردند. کاتالو و همکاران (۲۰۱۶) مسئله زمان‌بندی آنلاین تولید در کارخانه‌های چندخطی را بررسی کردند و نتایج شبیه‌سازی را ارائه دادند. لی و همکاران (۲۰۱۶) زمان‌بندی ماشین‌های موازی نامرتب را با در نظر گرفتن هزینه تاخیر و انرژی مطالعه کردند و الگوریتم‌های مختلفی را برای بهینه‌سازی ارائه کردند. منگ و همکاران (۲۰۱۸) به بررسی زمان‌بندی کارگاه‌های هیبریدی با استراتژی صرفه‌جویی در انرژی پرداختند و نتایج مدل‌های مختلف را مقایسه کردند. پن و همکاران (۲۰۱۹) مسئله زمان‌بندی ماشین‌های کم‌کربن را بررسی کرده و الگوریتمی جدید برای بهینه‌سازی ارائه دادند. ابی کرم و همکاران (۲۰۱۹) به کمینه‌سازی هزینه انرژی در زمان‌بندی ماشین‌های موازی پرداختند و نشان دادند که در نظر گرفتن تغییرات تقاضا می‌تواند هزینه‌ها را کاهش دهد. کیان‌پور و همکاران (۲۰۲۱) به بهینه‌سازی زمان‌بندی ماشین‌های نامرتب با محدودیت‌های تاخیر پرداختند و مدل جدیدی ارائه کردند. شاو و همکاران (۲۰۲۱) مسئله زمان‌بندی کارگاه‌های توزیع شده را بررسی کرده و دو الگوریتم برای حل آن پیشنهاد کردند. ژو و همکاران (۲۰۲۱) آگاهی از انرژی را در زمان‌بندی ماشین‌های موازی ادغام کردند و یک مدل چندهدفه توسعه دادند. گو و همکاران (۲۰۲۲) از رویکردهای تجزیه‌محور برای کاهش تاخیر و مصرف انرژی استفاده کردند. رگو و همکاران (۲۰۲۲) مدلی برای بهینه‌سازی زمان و هزینه انرژی ارائه دادند و نتایج نشان داد که الگوریتم NSGA-II عملکرد بهتری دارد. الهارکان و همکاران (۲۰۲۲) به زمان‌بندی کارها با تاریخ انتشار و محدودیت‌های منابع پرداخته و الگوریتمی برای بهینه‌سازی ارائه کردند. لای و همکاران (۲۰۲۳) مسئله زمان‌بندی کار را با استفاده از روش‌های مختلف حل کردند. ساتانزارو و همکاران (۲۰۲۳) نیز به بررسی تعرفه‌های مبتنی بر زمان‌بندی شغلی در مدیریت انرژی پرداختند. کاتانزارو و همکاران (۲۰۲۳) در این مقاله، ادبیات درمورد زمان‌بندی شغلی تحت تعرفه‌های انرژی بررسی شده‌است. هدف این مطالعه، ارائه چارچوبی به محققان و دست‌اندرکاران است که می‌تواند آنها را به سمت مهمترین نتایج نظری درمورد موضوع و همچنین برجسته‌ترین کاربردهای عملی در تولید پایدار راهنمایی کند. لی و همکاران (۲۰۲۴) در این مقاله مسئله زمان‌بندی کارها در ماشین‌های موازی یکسان که در آنها محدودیت‌های مصرف، حداکثر توان و محدودیت‌های مهلت بطور همزمان وجود دارند، تعریف و بررسی شده‌است. هدف، به حداکثر رساندن ارزش کل مشاغل انتخاب شده‌است. برای حل مسئله، یک مدل برنامه‌ریزی خطی اعداد صحیح مختلط براساس ویژگی‌ها پیشنهاد شده‌است و در مقایسه با عملکرد روش‌های مدل‌سازی الهام گرفته از اقدامات دیگر، بسیار

کارآمدتر است. علاوه بر این، سه روش پیشنهاد شده و در الگوریتم‌های ژنتیک (GAs) تعبیه شده‌اند. مقایسه با الگوریتم دقیق (یعنی مدل پیشنهادی) نشان می‌دهد که GAهای ما می‌توانند برای نمونه‌های کوچک در عرض یک ثانیه به راه‌حل‌هایی با کیفیت خوب منجر شوند. نگری و همکاران (۲۰۲۴) هدف این تحقیق، یافتن مسیر بهینه‌ای است که مسافت طی شده و زمان سفر را در لوله‌های یخ حمل و نقل در روز در یکی از مسیرها، با استفاده از رویکرد مسئله فروشنده مسافر چندهدفه (MOTSP) به حداقل برساند. این مشکل با استفاده از یک مدل عدد صحیح و یافتن راه‌حل با استفاده از روش فراابتکاری الگوریتم NSGA-II مدل‌سازی شده است. گائو و همکاران (۲۰۲۴)، در این مطالعه یک مدل چندهدفه معرفی شده است که برای بهینه‌سازی زمان‌بندی با متعادل کردن اهداف حداکثر تخصیص وزن، انتخاب کوتاهترین زمان پردازش، و پیروی از اولین ضرب‌الاجل‌ها، طراحی شده است. رویکرد پیشنهادی شامل عوامل پاداش و جریمه جامع برای محاسبه انحرافات در عملکرد است که با استفاده از روش NSGA-II حل شده است. با اجرای استراتژی زمان‌بندی بهینه، پیش‌بینی می‌شود که پیشرفت‌های قابل توجهی در بهره‌وری تولید، انگیزه نیروی کار، کیفیت محصول و شهرت سازمانی حاصل شود. ژانگ (۲۰۲۴)، این مطالعه یک معماری جدید چندعامله NSGA-II را توسعه می‌دهد که بطور خاص برای مدیریت موثر چالش‌های بهینه‌سازی چندهدفه با ابعاد بالا در طراحی ساختمان با مصرف انرژی طراحی شده است. پرزبرنال و همکاران (۲۰۲۵) به بهینه‌سازی کارآیی انرژی در مسئله زمان‌بندی ماشین موازی نامرتبط از طریق یادگیری تقویتی می‌پردازند. ژانگ و همکاران (۲۰۲۵)، یک مدل آزاد از توزیع موزون را برای زمان‌بندی ماشین موازی با زمان پردازش غیرقطعی ارائه کردند.

جدول ۱. مرور ادبیات

محققین	سال	هدف	زمان‌بندی ماشین‌های موازی	اقدامات قابل تقسیم	زمان آماده‌سازی	حداقل ساختن انرژی	زمان راه‌اندازی وابسته به توانی
مون و همکاران	2013	بهینه‌سازی زمان‌بندی تولید با هزینه برق وابسته به زمان و ماشین	✓				
دینگ و همکاران	2015	زمان‌بندی ماشین‌های موازی تحت قیمت‌های انرژی زمان‌محور	✓	✓			
کاتالدو و همکاران	2016	مسئله زمان‌بندی آنلاین تولید در کارخانه‌های چندخطی	✓				✓
لی و همکاران	2016	زمان‌بندی ماشین‌های موازی نامرتب را با در نظر گرفتن هزینه تاخیر و انرژی	✓			✓	
متک و همکاران	2018	بررسی زمان‌بندی کارگاه‌های هیبریدی با استراتژی صرفه‌جویی در انرژی	✓			✓	
پن و همکاران	2019	مسئله زمان‌بندی ماشین‌های کم‌کربن	✓			✓	
ابی کرم و همکاران	2019	کمینه‌سازی هزینه انرژی در زمان‌بندی ماشین‌های موازی	✓			✓	
کیانپور و همکاران	2021	بهینه‌سازی زمان‌بندی ماشین‌های نامرتب با محدودیت‌های تاخیر	✓	✓			
شاه و همکاران	2021	مسئله زمان‌بندی کارگاه‌های توزیع شده	✓				
ژو و همکاران	2021	ادغام آگاهی از انرژی در زمان‌بندی ماشین‌های موازی	✓			✓	✓

گو و همکاران	2022	استفاده از رویکردهای تجزیه‌محور برای کاهش تاخیر و مصرف انرژی	✓	✓	
رگو و همکاران	2022	ارائه مدلی برای بهینه‌سازی زمان و هزینه انرژی	✓		✓
الهارکان و همکاران	2022	زمان‌بندی اقدامات با تاریخ انتشار و محدودیت‌های منابع	✓		
لای و همکاران	2023	مسئله زمان‌بندی کار را با استفاده از روش‌های مختلف	✓		
ساتانزارو و همکاران	2023	بررسی تعرفه‌های مبتنی بر زمان‌بندی شغلی در مدیریت انرژی	✓		
لی و همکاران	2024	مسئله زمان‌بندی اقدامات در ماشین‌های موازی یکسان	✓	✓	
تگری و همکاران	2024	یافتن مسیر بهینه با حداقل ساختن مسافت طی شده و زمان سفر را در لوله‌های یخ حمل و نقل	✓		
گانو و همکاران	2024	معرف یک مدل چندهدفه برای بهینه‌سازی زمان‌بندی با متعادل کردن اهداف حداکثر تخصیص وزن، انتخاب کوتاهترین زمان پردازش	✓		
ژاتنگ	2024	توسعه یک معماری جدید چند عامله NSGA-II برای مدیریت موثر چالش‌های بهینه‌سازی چندهدفه	✓	✓	✓
پرزبیتال و همکاران (۲۰۲۵)	۲۰۲۵	بهینه‌سازی کارایی انرژی در مسئله زمان‌بندی ماشین موازی نامرتبط از طریق یادگیری تقویتی	✓		✓
ژاتنگ و همکاران	۲۰۲۵	یک مدل آزاد از توزیع موزون برای زمان‌بندی ماشین موازی با زمان پردازش غیرقطعی	✓	✓	
تحقیق حاضر		ارائه مدلی برای زمان‌بندی ماشین‌های موازی با در نظر گرفتن اقدامات قابل تقسیم، زمان آماده‌سازی با کاهش هزینه انرژی	✓	✓	✓

براساس مرور ادبیات انجام‌شده و جدول ۱ مشاهده می‌شود که مدلی برای زمان‌بندی ماشین‌های موازی با دو هدف هزینه انرژی و زمان اتمام کار و همچنین با در نظر گرفتن مفروضات زمان آماده‌سازی، زمان راه‌اندازی وابسته به توالی و قابلیت تقسیم کارها وجود نداشته و از این جهت شکاف تحقیقاتی وجود دارد که تحقیق حاضر به دنبال رفع آن بوده و از این جهت، مشمول نوآوری است.

(۳) مدل ریاضی

مسئله ماشین‌های موازی در برنامه‌ریزی تولید دارای اهمیت بسیاری است چراکه با افزایش تعداد ماشین‌آلات، پیچیدگی مسئله نیز افزایش یافته و لذا باید این موضوع بطور جدی و با استفاده از الگوریتم‌های محاسباتی در نظر گرفته شود. دلیل دیگر این است که امکان محاسبه نتایج حاصل از توسعه ماشین‌های موازی به سادگی میسر نبوده و لازم است مدل‌سازی

ریاضی و الگوریتم‌های ریاضی برای حل مسئله مورد استفاده قرار گیرند. ضمن اینکه این مسئله بطور طبیعی دارای مفروضات خاص خود می‌باشد که می‌تواند بر روند حل مسئله اثرگذار باشد.

تحقیق حاضر، ارائه گر یک مدل جدید در حوزه ماشین‌های موازی است که به دنبال حداقل ساختن هزینه انرژی و نیز حداقل ساختن زمان اتمام کار می‌باشد. همچنین این مدل به تعدادی ماشین موازی می‌پردازد که هم امکان تقسیم کار بین ماشین‌های موازی وجود داشته و نیز زمان راه‌اندازی وابسته به توالی و زمان آماده‌سازی کارها در آن وجود دارد. مدل ارائه‌شده، یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی چندهدفه خطی می‌باشد که اهداف مذکور را دنبال کرده و مفروضات جدیدی را به مسئله ماشین‌های موازی می‌افزاید. مفروضات مدل به شرح ذیل است:

- ۱- مدل چنددوره‌ای است.
- ۲- برای کارها موعد تحویل در نظر گرفته شده‌است.
- ۳- زمان راه‌اندازی وابسته به توالی در نظر گرفته شده‌است.
- ۴- برای هر کار، زمان آماده‌سازی وجود دارد.
- ۵- هر کار برای آماده‌سازی، نیازمند مصرف انرژی است.
- ۶- هر کار برای پردازش، نیازمند مصرف انرژی است.
- ۷- در هر دوره هزینه مصرف، مجزا می‌باشد.

N	تعداد کل کارها
M	تعداد کل ماشین‌ها
L	تعداد دوره‌ها
Q_i	مقدار کل کار i
d_i	موعد تحویل کار i
p_i	زمان پردازش یک واحد از کار i
S_{ij}	زمان راه‌اندازی برای پردازش کار j بروی ماشین i که قبلاً کار i را پردازش کرده‌است.
SS_{ik}	زمان آماده‌سازی کار i بروی ماشین k
So_j	زمان راه‌اندازی لازم برای پردازش کار j بروی ماشین k که قبلاً بیکار بوده‌است.
Z_i	مقدار دیرکرد کار i
C_{ik}	زمان تکمیل کار i بر روی ماشین k
q_{ik}	مقدار کار i که بر روی ماشین k پردازش می‌شود.
E_l	هزینه مصرف انرژی در دوره l
T_l	طول دوره l
EC_{ik}	میزان مصرف انرژی پردازش کار i بروی ماشین k
ECS_{ik}	میزان مصرف انرژی آماده‌سازی کار i بروی ماشین k
CUB	عدد ثابت بزرگتر از هر زمان تکمیل

متغیرهای تصمیم	
X_{ijk}	اگر کار از پس از کار i روی ماشین k پردازش شود ۱ و در غیر این صورت صفر
X_{ojk}	اگر کار از روی ماشین k انجام شود ۱ و در غیر این صورت صفر
X_{jok}	اگر کار از آخرین کار روی ماشین k باشد ۱ و در غیر این صورت صفر
W_{il}	اگر قسمتی از پردازش کار i در دوره l انجام شود ۱ و در غیر این صورت صفر
V_{il}	اگر قسمتی از آماده‌سازی کار i در دوره l انجام شود ۱ و در غیر این صورت صفر
U_{ikl}	قسمتی از مدت زمان پردازش کار i روی ماشین k در دوره l
Y_{ikl}	قسمتی از مدت زمان آماده‌سازی کار i روی ماشین k در دوره l

$\sum_{i=1}^N Z_i$	(۱)
--------------------	-----

رابطه فوق به دنبال حداقل ساختن مقدار دیرکرد می‌باشد.

$\sum_{i=1}^N E_l (EC_{ik} U_{ikl} + ECS_{ik} Y_{ikl})$	(۲)
---	-----

رابطه فوق به دنبال حداقل ساختن هزینه انرژی مصرفی است.

$\sum_{k=1}^M q_{ik} = Q_i$	(۳)
-----------------------------	-----

رابطه فوق تضمین‌کننده انجام کل کار است.

$q_{ik} \leq \left[\sum_{k=1}^M X_{jik} \right] CUB$	(۴)
---	-----

رابطه فوق نشان می‌دهد اجزای هر کار تنها برای ماشین‌هایی که به پردازش آن کار اختصاص یافته‌اند، منظور

می‌گردد.

$\sum_{i=0}^N X_{ijk} \leq 1$	(۵)
-------------------------------	-----

رابطه فوق نشان می‌دهد که تنها یک کار بر روی یک ماشین انجام می‌شود.

$\sum_{i=0}^N X_{ihk} - \sum_{i=0}^N X_{hik} = 0$	(۶)
---	-----

رابطه فوق نشان می‌دهد که هر کار باید مقدم و موخر داشته باشد.

$[X_{ijk} - 1]CUB + C_{ik} + S_{ij} + q_{ik} * p_i \leq C_{ik}$	(۷)
---	-----

رابطه فوق به محاسبه زمان تکمیل هر کار می‌پردازد.

$C_{ik} - d_i \leq Z_i$	(۸)
-------------------------	-----

رابطه فوق به صورت فزونی مثبت زمان تکمیل به موعد تحویل دیرکرد را محاسبه می‌کند.

$\sum_k U_{ikl} = X_{ojk} p_i$	(۹)
--------------------------------	-----

رابطه فوق به دنبال تخصیص تکه‌های مختلف پردازش در دوره‌های مختلف به یک ماشین می‌باشد.

$\sum_k Y_{ikl} = X_{ojk} S S_{ik}$	(۱۰)
-------------------------------------	------

رابطه فوق به دنبال تخصیص تکه‌های مختلف آماده‌سازی در دوره‌های مختلف به یک ماشین می‌باشد.

$\sum_k (U_{ikl} + Y_{ikl}) \leq T_l$	(۱۱)
---------------------------------------	------

رابطه فوق نشان می‌دهد میزان اشغال در هر دوره نباید از طول آن دوره تجاوز کند.

به منظور حل مدل فوق از دو الگوریتم NSGAI و گرگ خاکستری چندهدفه استفاده می‌شود. علت استفاده از الگوریتم NSGAI، مبنایی بودن این الگوریتم و توانایی و قدمت این الگوریتم در حل مدل‌های مشابه نظیر مدل‌های زمان‌بندی ماشین‌های موازی می‌باشد که در تحقیقات پیشین نمونه آن مشاهده شده است. در خصوص الگوریتم گرگ خاکستری چندهدفه، توانایی این الگوریتم در حل مسائل پیچیده و تولید نقاط پارتو از ویژگی‌های مهم این الگوریتم می‌باشد. ضمن اینکه الگوریتم گرگ خاکستری چندهدفه در زمره الگوریتم‌های جدید فراابتکاری می‌باشد که در تحقیق حاضر مورد استفاده قرار می‌گیرد.

نحوه تولید کروموزم در الگوریتم‌های فراابتکاری، تولید کروموزم جایگشتی می‌باشد. چراکه مسئله به صورت زمان‌بندی بوده و لذا برای بهینه‌سازی آن می‌بایست از روش جایگشتی استفاده شود. نمونه کروموزم تولید شده جایگشتی در مسئله تحقیق حاضر به شرح ذیل است:

۱۲	۱	۱۱	۴	۸	۷	۳	۶	۵	۲
----	---	----	---	---	---	---	---	---	---

همانگونه که مشاهده می‌شود، ترتیب انجام فعالیت‌ها در کروموزم فوق ترسیم شده و هیچیک از ژنها در این کروموزم تکرار نمی‌شوند. با تغییر و تکنیک، جابجایی جهش در کروموزم فوق صورت گرفته و شکل کروموزوم تغییر می‌یابد. نمونه این تغییر در شکل ذیل ارائه شده است که نشانگر جهش کروموزوم جایگشتی فوق می‌باشد.

۶	۱	۱۱	۴	۸	۷	۳	۱۲	۵	۲
---	---	----	---	---	---	---	----	---	---

همانگونه که مشاهده می‌شود دو ژن فوق جابجا شده و بنابراین عمل جهش در کروموزوم اولیه صورت گرفته است.

(۴) نتایج عددی

در ادامه به تجزیه و تحلیل و پیاده‌سازی آزمایشات پرداخته می‌شود. پیش از پیاده‌سازی آزمایشات، مثال‌ها که شامل ابعاد مسئله می‌باشد، معرفی می‌شوند.

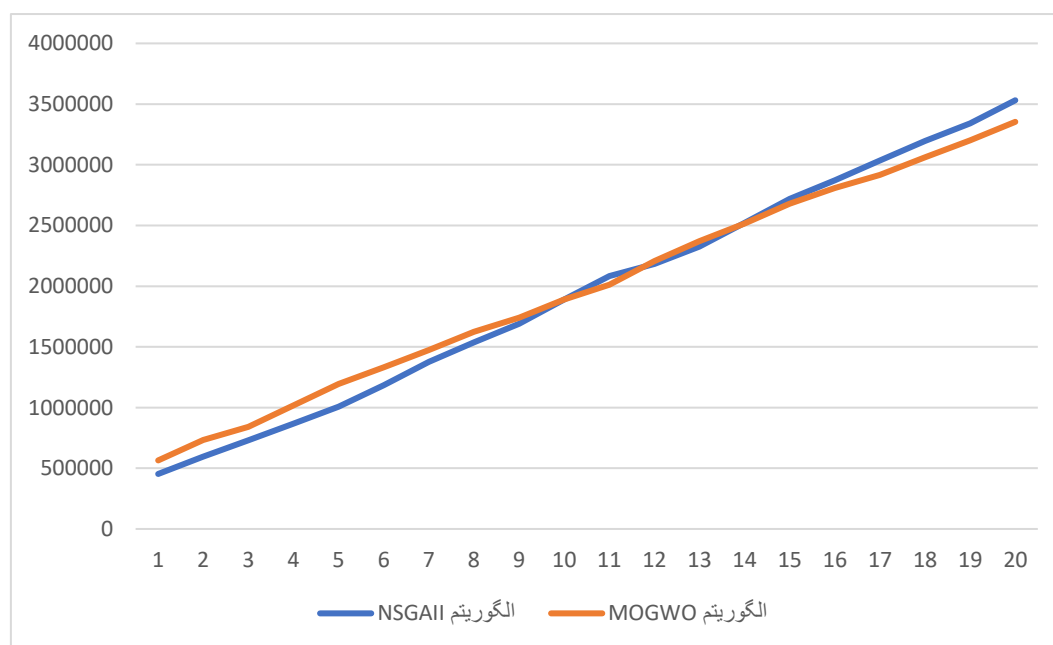
جدول ۱. ابعاد مسئله

مثال‌ها	کارها	ماشین‌ها	دوره‌ها
1	5	1	1
2	10	2	1
3	15	3	2
4	20	4	2
5	25	5	3
6	30	6	3
7	35	7	4
8	40	8	4
9	45	9	5
10	50	10	5
11	55	11	6
12	60	12	6
13	65	13	7
14	70	14	7
15	75	15	8
16	80	16	8
17	85	17	9
18	90	18	9
19	95	19	10
20	100	20	10

در ادامه با استفاده از دو الگوریتم NSGAI و MOGWO به حل مثال‌ها پرداخته و نتایج حل که شامل اهداف مسئله می‌باشند، با یکدیگر مقایسه شده و الگوریتم برتر از نظر اهداف با هم مقایسه می‌گردند. نتیجه در جدول ذیل ارائه شده است.

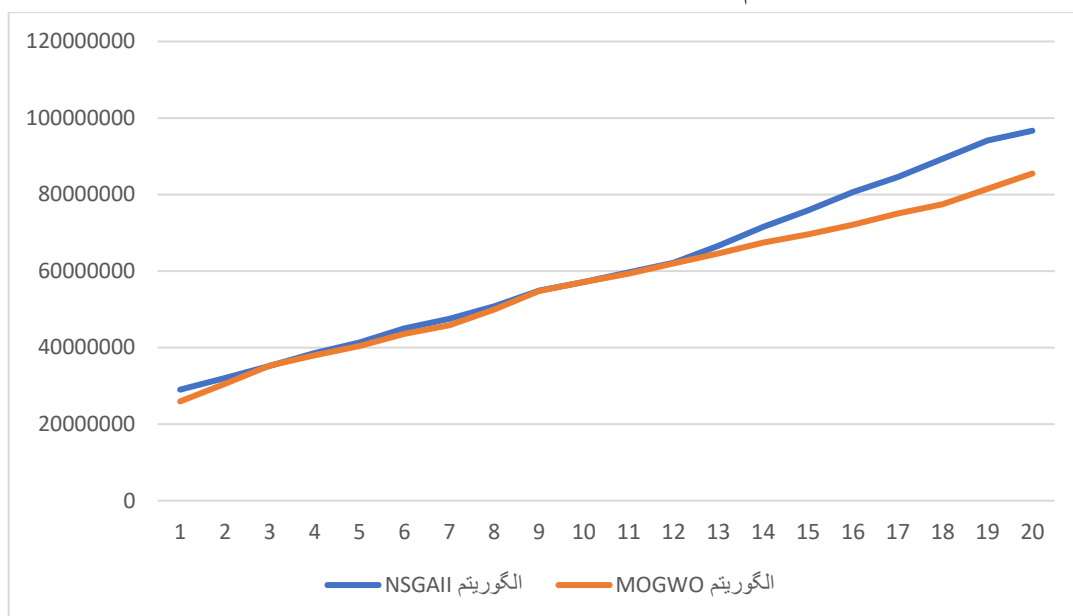
جدول ۲. مقایسه الگوریتم‌ها از نظر اهداف

الگوریتم MOGWO			الگوریتم NSGAI			مثال‌ها
زمان محاسبه	هزینه	زمان	زمان محاسبه	هزینه	زمان	
10	25938576	564823	10	29015173	453255	1
18	30541578	733461	17	32008390	595453	2
23	35307389	842373	25	35253084	731670	3
31	38003422	1017901	30	38545874	868443	4
40	40404662	1194659	35	41312650	1006795	5
45	43615026	1331067	43	44990105	1182993	6
51	45812203	1473059	51	47559639	1375627	7
60	49977976	1624177	57	50784009	1536698	8
65	54802869	1740584	62	54873805	1691560	9
71	57170588	1889919	67	57170588	1889919	10
79	59298079	2013302	77	59683221	2082296	11
89	62030475	2206567	86	62177161	2183009	12
95	64593136	2371659	96	66624010	2327222	13
104	67425103	2516824	106	71575106	2519905	14
111	69569421	2679168	111	75861125	2719591	15
117	72084179	2808855	119	80673370	2871890	16
125	75031796	2916659	128	84625660	3034037	17
130	77450480	3060856	136	89368196	3196895	18
139	81517331	3200577	144	94149786	3341894	19
147	85494017	3353673	149	96671844	3531308	20



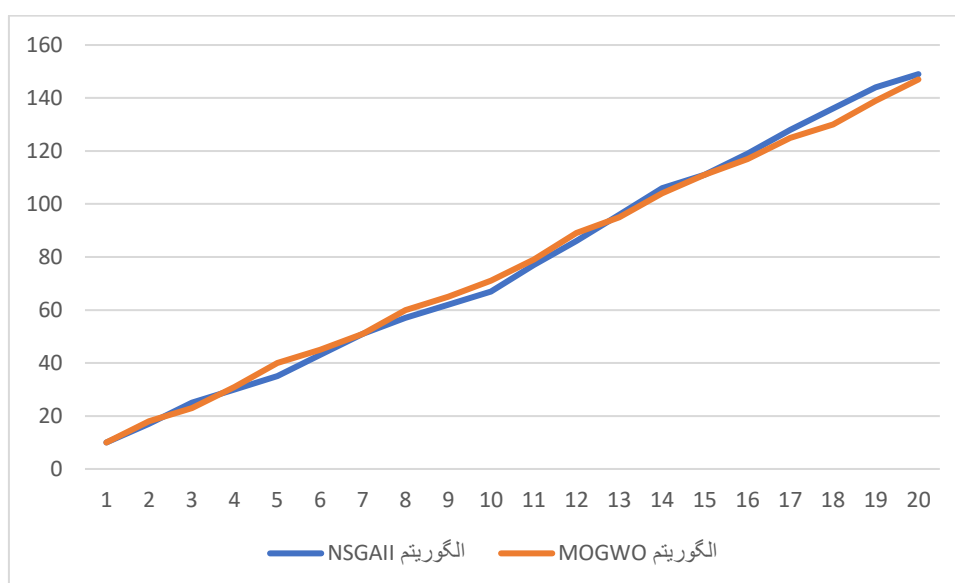
شکل ۱. مقایسه زمان اتمام کار بین الگوریتم‌ها

نتیجه شکل ۱ نشان می‌دهد الگوریتم گرگ خاکستری، زمان کمتری را برای مسئله زمان‌بندی ماشین‌های موازی ارائه می‌کند که نشانگر برتری این الگوریتم در حل مسئله موردنظر از نظر زمان می‌باشد.



شکل ۲. مقایسه هزینه انرژی بین الگوریتم‌ها

در شکل ۲ مشاهده می‌شود هزینه انرژی بین الگوریتم برای الگوریتم گرگ خاکستری نسبت به الگوریتم NSGAI در وضعیت بهتری قرار داشته و این الگوریتم کارآیی بهتری را از نظر هزینه، نشان می‌دهد.



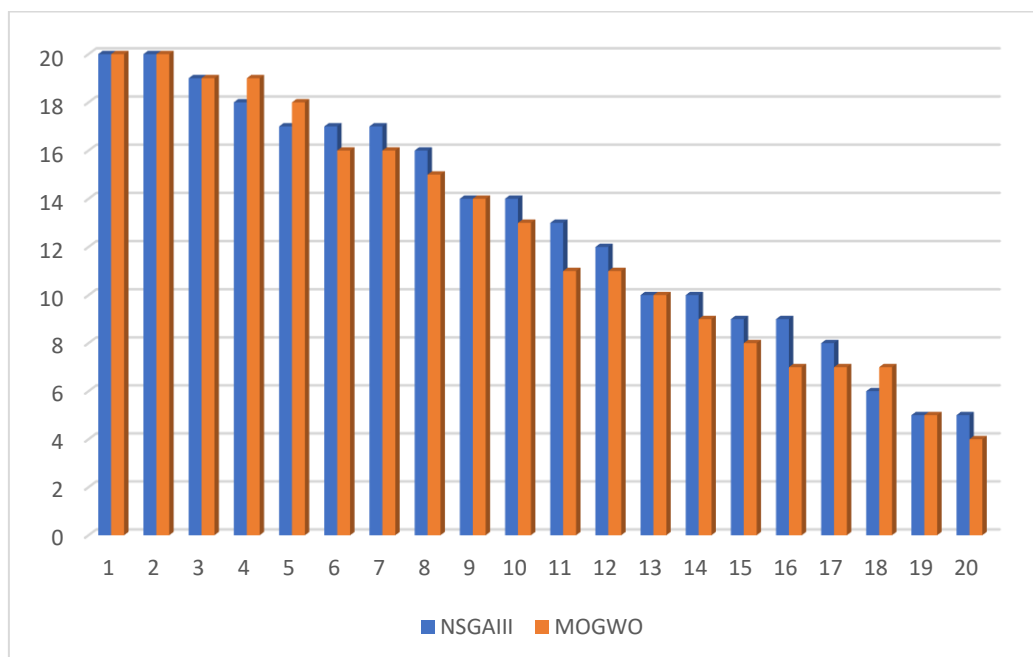
شکل ۳. مقایسه زمان محاسبه بین الگوریتم‌ها

در شکل ۳ مشاهده می‌شود زمان محاسبه برای الگوریتم گرگ خاکستری چندهدفه نسبت به الگوریتم NSGAII اندکی بهتر است و لذا به عنوان سومین معیار مقایسه الگوریتم‌ها، الگوریتم گرگ خاکستری عملکرد بهتری نسبت به الگوریتم NSGAII نشان داده است.

پس از مقایسه الگوریتم‌ها از نظر توابع هدف، به مقایسه الگوریتم‌ها از نظر معیارهای مسائل چندهدفه پرداخته می‌شود. در جدول ذیل این مقایسه صورت گرفته است.

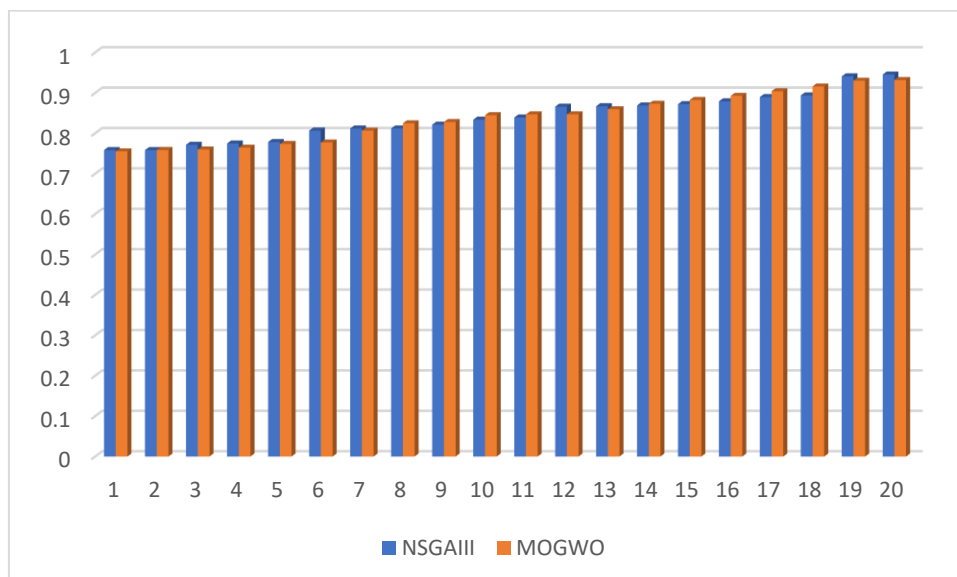
جدول ۳. مقایسه الگوریتم‌ها از نظر معیارهای مسائل چندهدفه

MOGWO			NSGAIII			
فاصله از دحامی	فاصله تا نقطه ایده‌آل	تعداد نقاط پارتو	فاصله از دحامی	فاصله تا نقطه ایده‌آل	تعداد نقاط پارتو	مثال‌ها
31	0.755152	20	32	0.758337	20	1
36	0.758662	20	34	0.75851	20	2
40	0.759828	19	36	0.771525	19	3
40	0.764406	19	39	0.774665	18	4
40	0.773624	18	40	0.778276	17	5
42	0.777247	16	48	0.806669	17	6
44	0.806551	16	50	0.811767	17	7
51	0.82463	15	53	0.812005	16	8
61	0.827953	14	56	0.821335	14	9
62	0.844697	13	58	0.833695	14	10
64	0.846749	11	67	0.839023	13	11
66	0.846897	11	71	0.865911	12	12
69	0.859432	10	74	0.866989	10	13
69	0.87298	9	75	0.868879	10	14
77	0.882508	8	76	0.872057	9	15
79	0.892565	7	79	0.879103	9	16
81	0.904055	7	87	0.8896	8	17
82	0.915865	7	88	0.893709	6	18
86	0.930103	5	89	0.940854	5	19
89	0.931659	4	90	0.945353	5	20



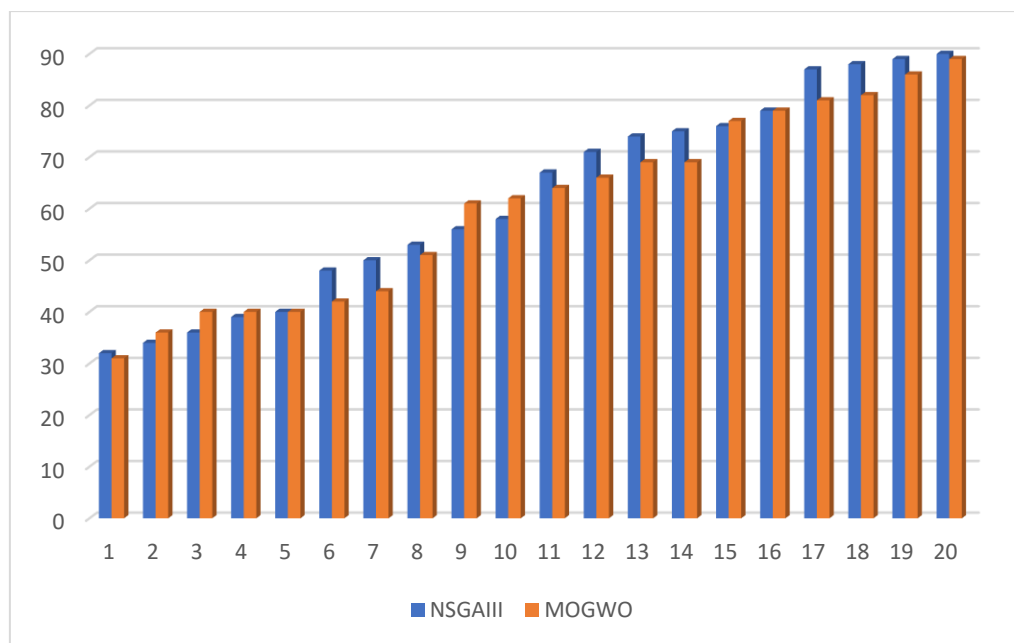
شکل ۴. مقایسه الگوریتم‌ها از نظر تولید نقاط پارتو

در شکل ۴ مشاهده می‌شود با سخت‌تر شدن مسئله، تعداد نقاط پارتو برای هر دو الگوریتم کاهش یافته‌است اما در مجموع الگوریتم NSGAII نقاط پارتوی بیشتری تولید کرده‌است که این نشان می‌دهد از این نظر کارایی بیشتری دارد. زیرا هر الگوریتمی که نقاط پارتوی بیشتری تولید کند، کارایی بیشتری دارد.



شکل ۵. مقایسه الگوریتم‌ها از نظر فاصله تا نقطه ایده‌آل

در شکل ۵ مشاهده می‌شود با پیچیده‌تر شدن مسئله، فاصله تا نقطه ایده‌آل که عملاً معیاری منفی بوده و هر چه بیشتر می‌شود نشانگر کارایی کمتر است، افزایش یافته‌است. در مجموع می‌توان گفت الگوریتم گرگ خاکستری به فاصله تا نقطه ایده‌آل کمتری دست یافته و در مثال بیستم این موضوع کاملاً مشهود است.

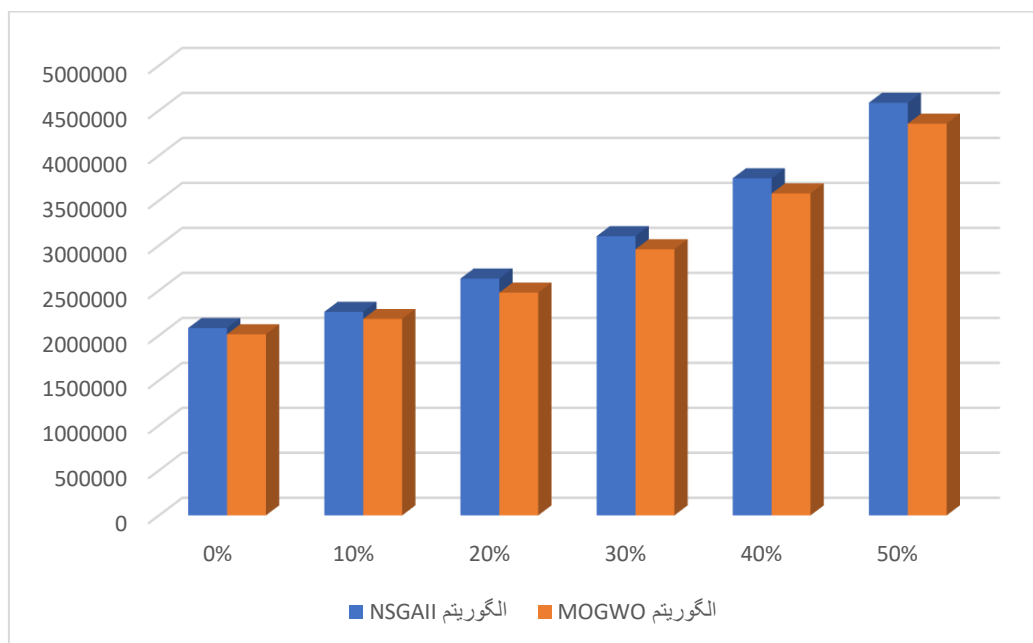


شکل ۶. مقایسه الگوریتم‌ها از نظر فاصله ازدحامی

در شکل ۶ می‌توان دریافت که الگوریتم گرگ خاکستری از نظر فاصله ازدحامی نیز شرایط بهتری دارد چرا که در مجموع فاصله ازدحامی کمتری به دست آورده و لذا از الگوریتم NSGAII در این خصوص برتر است. در ادامه به بررسی اثر زمان راه‌اندازی وابسته به توالی بر نتایج حاصل از الگوریتم‌ها پرداخته می‌شود. در جدول ذیل این نتایج ارائه گردیده‌است.

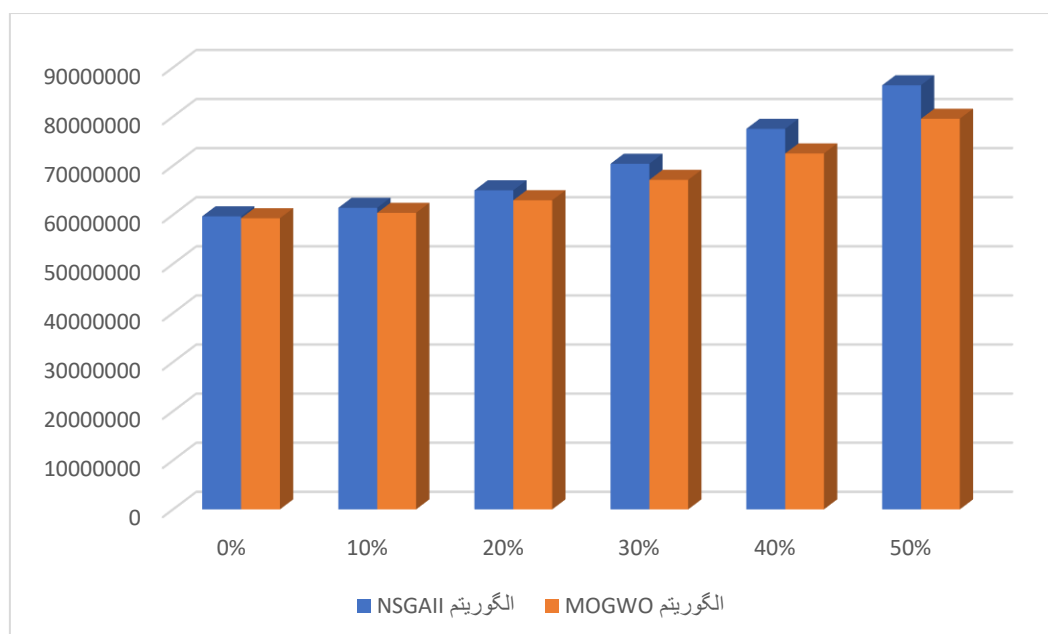
جدول ۴. بررسی اثر زمان راه‌اندازی وابسته به توالی بر نتایج حاصل از الگوریتم‌ها

الگوریتم MOGWO		الگوریتم NSGAII		زمان راه‌اندازی وابسته به توالی
هزینه	زمان	هزینه	زمان	
59298079	2013302	59683221	2082296	0%
60396469	2183122	61430201	2262643	10%
62962106	2476339	64984260	2632231	20%
67111626	2958319	70390499	3103651	30%
72493995	3578043	77500114	3747023	40%
79558825	4353930	86388007	4586089	50%



شکل ۷. بررسی اثر زمان راه اندازی وابسته به توالی بر نتایج حاصل از الگوریتم‌ها در خصوص زمان

در شکل ۷ مشاهده می‌شود که زمان راه اندازی وابسته به توالی باعث افزایش زمان کل می‌شود اما الگوریتم گرگ خاکستری، نتیجه‌ای بهینه‌تر در این خصوص ارائه داده و لذا می‌توان گفت زمان راه اندازی وابسته به توالی براساس الگوریتم گرگ خاکستری، به نتیجه‌ای مناسب‌تر دست می‌یابد.

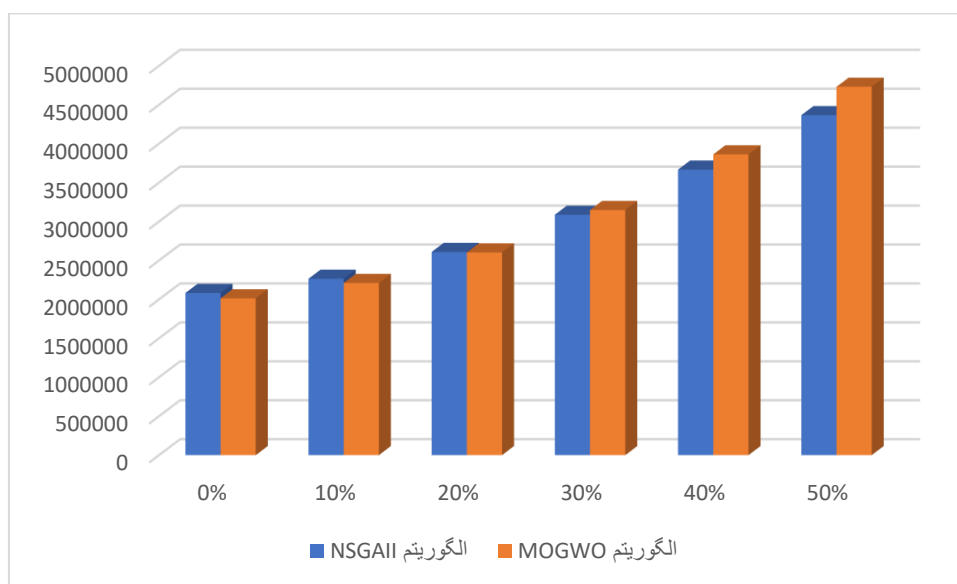


شکل ۸. بررسی اثر زمان راه اندازی وابسته به توالی بر نتایج حاصل از الگوریتم‌ها در خصوص هزینه

در شکل ۸ مشاهده می‌شود زمان راه‌اندازی وابسته به توالی می‌تواند هزینه کل سیستم را افزایش دهد اما الگوریتم گرگ خاکستری در این خصوص عملکرد بهتری را نشان می‌دهد. بنابراین می‌توان گفت این الگوریتم در مجموع در وضعیت بهتری در خصوص افزایش زمان راه‌اندازی وابسته به توالی است.

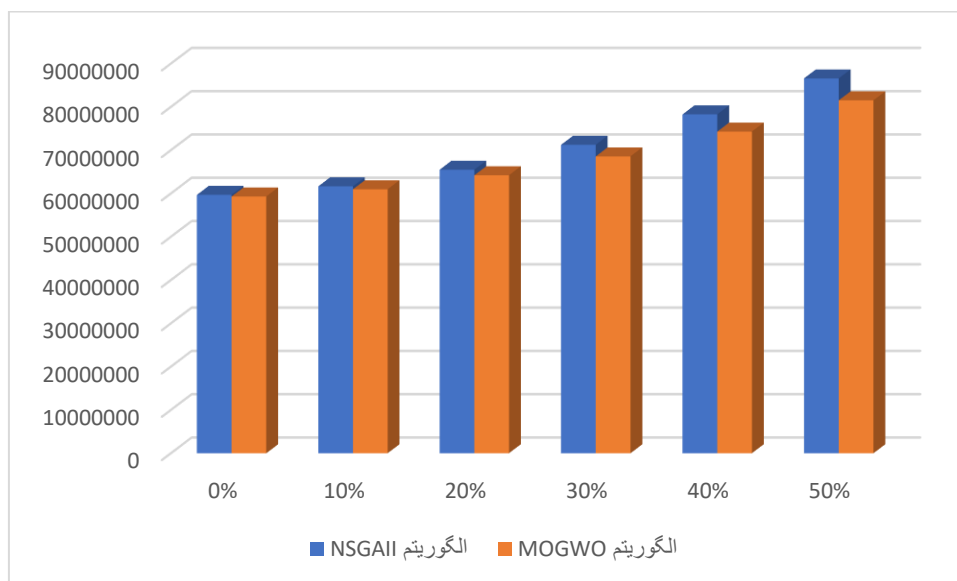
جدول ۵. بررسی اثر زمان آماده‌سازی بر نتایج حاصل از الگوریتم‌ها

الگوریتم MOGWO		الگوریتم NSGAI		زمان آماده‌سازی
هزینه	زمان	هزینه	زمان	
59298079	2013302	59683221	2082296	0%
60964866	2210464	61645053	2265789	10%
64199856	2602904	65483362	2609446	20%
68564492	3148284	71235724	3086969	30%
74291900	3862792	78263001	3666356	40%
81501852	4730849	86567855	4365965	50%



شکل ۹. بررسی اثر زمان آماده‌سازی بر نتایج حاصل از الگوریتم‌ها در خصوص زمان

در شکل ۹ مشاهده می‌شود زمان آماده‌سازی می‌تواند بر زمان اتمام کار تا بیش از ۷۵ درصد اثرگذار باشد اما الگوریتم NSGAI نتیجه بهتری را در این خصوص ارائه می‌کند و زمان اتمام کار با توجه به این الگوریتم به شکل قابل توجهی بهبود می‌یابد.



شکل ۱۰. بررسی اثر زمان آماده‌سازی بر نتایج حاصل از الگوریتم‌ها در خصوص هزینه

براساس شکل ۱۰ می‌توان مشاهده کرد که از نظر هزینه، گرگ خاکستری نتیجه‌ای بهتر ارائه کرده و علیرغم افزایش زمان آماده‌سازی، هزینه کل توسط این الگوریتم به میزان قابل توجهی تا میزان ۲۴ درصد بهبود می‌یابد.

(۵) نتیجه‌گیری

در این تحقیق یک مدل زمان‌بندی ماشین‌های موازی با دو هدف حداقل ساختن زمان اتمام و حداقل ساختن هزینه انرژی ارائه گردید که سه موضوع مهم یعنی قابلیت تقسیم کار، زمان راه‌اندازی وابسته به توالی و زمان آماده‌سازی کارها در آن مطرح شد. نتیجه نشان می‌دهد دو الگوریتم NSGAI و MOGWO قادر به حل مسئله در ابعاد مختلف و ابعاد بزرگ بوده که عملکرد الگوریتم MOGWO در مجموع بهتر از الگوریتم NSGAI می‌باشد. ضمن اینکه از نظر معیارهای سه‌گانه مسائل چندهدفه یعنی تولید نقاط پارتو، فاصله ازدحامی و فاصله تا نقطه ایده‌آل نیز مقایسه بین دو الگوریتم انجام شد که نشان داد از نظر تولید نقاط پارتو، الگوریتم ژنتیک نقاط پارتوی بیشتری تولید می‌کند در حالیکه الگوریتم گرگ خاکستری از این نظر، ضعیف‌تر است اما از نظر فاصله ازدحامی و فاصله تا نقطه ایده‌آل در شرایط مطلوب‌تری قرار دارد.

نتایج نشان می‌دهد زمان وابسته به توالی و زمان آماده‌سازی هر دو می‌توانند هم هزینه و هم زمان اتمام کار را تحت تاثیر قرار داده و آن را افزایش دهند اما الگوریتم گرگ خاکستری در این خصوص عملکرد بهتری داشته و باعث کاهش هزینه و زمان می‌شود. نکته قابل ذکر این است که قابلیت تقسیم کار به‌عنوان یک نوآوری مهم در تحقیق حاضر در نظر گرفته شد که تحقیقات پیشین به آن توجه خاصی نداشتند اما این تحقیق به‌عنوان یک مسئله جهان واقعی آن را مورد توجه قرار داد. زیرا در دنیای واقعی، در ماشین‌های موازی همواره امکان تقسیم کار بین دو یا چند ماشین وجود داشته و اینطور نیست که یک ماشین از ابتدا تا انتها یک کار را باید خود انجام دهد.

نتایج تحقیق حاضر در کارخانه پلی‌اتیلن سمنان قابل‌اعمال است چراکه در این کارخانه ماشین‌های موازی وجود داشته و تقسیم کار بین ماشین‌های موازی صورت می‌گیرد. از یک سو زمان راه‌اندازی وابسته به توالی و زمان آماده‌سازی

کارها در سیستم تولید این کارخانه مورد توجه مدیران بوده و از سوی دیگر یکی از دغدغه‌های مدیران حداقل ساختن مصرف انرژی ماشین‌آلات است که در مدل تحقیق حاضر مورد توجه قرار گرفت.

از نظر مقایسه با تحقیقات پیشین مهمترین تحقیقات در این حوزه مورد مقایسه قرار می‌گیرند. تحقیق نگری و همکاران (۲۰۲۴) به یافتن مسیر بهینه برای کاهش زمان حمل و نقل می‌پردازد که اساساً با تحقیق حاضر تفاوت دارد. تحقیق گائو و همکاران (۲۰۲۴) به بهینه‌سازی زمان‌بندی با متعادل کردن اهداف تخصیص وزن و کوتاهترین زمان می‌پردازد که مسئله مسیر در تحقیق حاضر مطرح نمی‌باشد. تحقیق ژانگ و همکاران (۲۰۲۴) به کاهش مصرف انرژی در طراحی ساختمان می‌پردازد که از نظر کاهش مصرف انرژی با تحقیق حاضر قابل مقایسه است. تحقیق پرزپرئال و همکاران (۲۰۲۵) نیز به بهینه‌سازی انرژی در مسئله زمان‌بندی ماشین موازی می‌پردازد که از این نظر با تحقیق حاضر مشابهت دارد اما از یادگیری تقویتی استفاده نمی‌شود. تحقیق ژانگ و همکاران (۲۰۲۵) نیز به زمان‌بندی ماشین موازی می‌پردازند که در آن مسئله عدم قطعیت مطرح می‌باشد درحالیکه تحقیق حاضر رویکردی به عدم قطعیت ندارد.

تحقیق آتی می‌تواند با افزودن برازندگی ماشین و همچنین محدودیت دسترسی مدل، تحقیق حاضر را توسعه داده و به مدل بسط‌یافته‌تری در این خصوص دست یابد.

منابع

- Abikarram, J. B., McConky, K., & Proano, R. (2019). Energy cost minimization for unrelated parallel machine scheduling under real time and demand charge pricing. *Journal of cleaner production*, 208, 232-242. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2018.10.048>
- Al-Harkan, I. M., & Qamhan, A. A. (2019). Optimize unrelated parallel machines scheduling problems with multiple limited additional resources, sequence-dependent setup times and release date constraints. *IEEE Access*, 7, 171533-171547. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2955975>
- Al-Harkan, I. M., Qamhan, A. A., Badwelan, A., Alsamhan, A., & Hidri, L. (2021). Modified Harmony Search Algorithm for Resource-Constrained Parallel Machine Scheduling Problem with Release Dates and Sequence-Dependent Setup Times. *Processes*, 9(4), 654. <https://doi.org/10.3390/pr9040654>
- Bernal, C. P., Salido, M. A., & Moya, C. M. (2025). Optimizing energy efficiency in unrelated parallel machine scheduling problem through reinforcement learning. *Information Sciences*, 693, 121674. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2024.121674>
- Cataldo, A., Perizzato, A., & Scattolini, R. (2015). Production scheduling of parallel machines with model predictive control. *Control Engineering Practice*, 42, 28-40. <https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2015.05.007>
- Catanzaro, D., Pesenti, R., & Ronco, R. (2023). Job scheduling under Time-of-Use energy tariffs for sustainable manufacturing: a survey. *European Journal of Operational Research*, 308(3), 1091-1109. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2023.01.029>
- Ding, J. Y., Song, S., Zhang, R., Chiong, R., & Wu, C. (2015). Parallel machine scheduling under time-of-use electricity prices: New models and optimization approaches. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 13(2), 1138-1154. <https://doi.org/10.56578/jimd030303>
- Gao, J., Sun, G. X., & Qian, T. H. (2024). Optimization of production scheduling through a multi-objective constrained greedy model. *J. Intell Manag. Decis*, 3(3), 159-174. <https://doi.org/10.1109/TASE.2015.2495328>
- Javadi, M., Fatemi, S., Azizi, A., & Najafi, E. (2024). Designing an intelligent dynamic model of preventive maintenance and repairs in the textile and clothing industry in interaction with production using fuzzy-artificial neural network. *Engineering Management and Soft Computing*, 9(2), 63-90. <https://doi.org/10.22091/jemsc.2024.9078.1169>
- Kianpour, P., Gupta, D., Krishnan, K., & Gopalakrishnan, B. (2021). Optimising unrelated parallel machine scheduling in job shops with maximum allowable tardiness limit. *International Journal of Industrial and Systems Engineering*, 37(3), 359-381. <https://doi.org/10.1504/IJISE.2021.113443>
- Lai, X., Zhang, K., Li, Z., Mao, N., Chen, Q., & Zhang, S. (2023). Scheduling air conditioner testing tasks under time-of-use electricity tariff: A predict in and for optimization approach. *Computers & Industrial Engineering*, 175, 108850. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2022.108850>
- Li, X., & Liu, C. (2024). Energy-efficient scheduling in an identical parallel machine environment with peak power consumption and deadline constraints. *Computers & Operations Research*, 170, 106777.

- Meng, L., Zhang, C., Shao, X., Ren, Y., & Ren, C. (2019). Mathematical modelling and optimisation of energy-conscious hybrid flow shop scheduling problem with unrelated parallel machines. *International Journal of Production Research*, 57(4), 1119-1145. <https://doi.org/10.1080/00207543.2018.1501166>
- Mohamadifar, L., Moosavirad, S. H., & Mirhosseini, M. (2024). Application of linear programming model for optimizing the components of combined photovoltaic and battery system. *Engineering Management and Soft Computing*, 10(1), 143-154. <https://doi.org/10.22091/jemsc.2024.11166.1194>
- Moon, J. Y., Shin, K., & Park, J. (2013). Optimization of production scheduling with time-dependent and machine-dependent electricity cost for industrial energy efficiency. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 68(1), 523-535. <https://doi.org/10.1007/s00170-013-4749-8>
- Nagari, T. B., Suletra, I. W., & Hisjam, M. (2024, November). Multiple objective traveling salesman problem using NSGA-II: A case study of ice tube distribution. In *AIP Conference Proceedings* (Vol. 3215, No. 1). AIP Publishing. <https://doi.org/10.1063/5.0235626>
- Pan, Z., Lei, D., & Zhang, Q. (2018). A new imperialist competitive algorithm for multiobjective low carbon parallel machines scheduling. *Mathematical problems in engineering*, 2018(1), 5914360. <https://doi.org/10.1155/2018/5914360>
- Rasti Barzoki, M., & Raeisi, S. (2022). Comparison of the Effect of Various Types of Genetic Algorithm Operators on the Total Amount of Tardiness in Flow Shop Problem. *Engineering Management and Soft Computing*, 7(2), 49-65. <https://doi.org/10.22091/jemsc.2017.877>
- Rubaiee, S., & Yildirim, M. B. (2019). An energy-aware multiobjective ant colony algorithm to minimize total completion time and energy cost on a single-machine preemptive scheduling. *Computers & Industrial Engineering*, 127, 240-252. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2018.12.020>
- Shao, W., Shao, Z., & Pi, D. (2020). Modeling and multi-neighborhood iterated greedy algorithm for distributed hybrid flow shop scheduling problem. *Knowledge-Based Systems*, 194, 105527. <https://doi.org/10.1016/j.knosys.2020.105527>
- Zhang, Y., Cheng, Z., Zhang, N., & Chiong, R. (2025). A weighted distribution-free model for parallel machine scheduling with uncertain job processing times. *European Journal of Operational Research*, 324(3), 814-824. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2024.12.027>
- Zhang, Z. (2024). Multi-objective optimization method for building energy-efficient design based on multi-agent-assisted NSGA-II. *Energy Informatics*, 7(1), 1-17. <https://doi.org/10.1186/s42162-024-00394-4>
- Zhou, S., Li, X., Du, N., Pang, Y., & Chen, H. (2018). A multi-objective differential evolution algorithm for parallel batch processing machine scheduling considering electricity consumption cost. *Computers & Operations Research*, 96, 55-68. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2018.04.009>