




review community detection algorithms in multilayer networks; Traditional methods and deep learning

Zahra roozbahani¹, Jalal Rezaeenour²

1. Assistant Professor, Department of Computer Engineering, National University of Skills (NUS), Tehran, Iran. ORCID: 0009-0005-6222-2893
2. Professor, department of industrial engineering, University if Qom, Qom, Iran. ORCID: 0000-0002-3759-2607

Corresponding Author: Zahra roozbahani, Email: zroozbahani@nus.ac.ir

Article Info	ABSTRACT
<p>Article type: Research Article</p> <p>Article history: Received 14 - 8 – 2024 Received in revised form 4 - 12 – 2024 Accepted 18 - 2 – 2025 Published online 18 - 3 – 2025</p> <p>Keywords: : Community Detection, Multilayer Networks, Systematic Review, Deep Learning, Machine Learning</p>	<p>Community detection in networks is typically defined as the identification of a group of nodes that exhibit a higher density of connections among themselves than with the rest of the network. Community detection algorithms are essential tools for uncovering the organizational principles underlying complex networks. With the increasing complexity of data and its structure, multilayer networks have emerged as a powerful framework for modeling real-world systems. Community detection in multilayer networks is a crucial problem in the field of data processing. This study provides a comprehensive review of over 50 community detection algorithms specifically designed for multilayer networks, categorizing them into traditional methods and deep learning approaches. A thorough analysis of the strengths and weaknesses of these methods reveals 10 major challenges in this field, including the detection of communities in directed multilayer networks, the identification of overlapping communities in dynamic networks, and the development of scalable algorithms. Based on these challenges, we propose potential avenues for developing new methods to address the limitations of existing algorithms</p>
<p>Cite this article:</p>	
 <p>© The Author(s) DOI: https://doi.org/</p>	<p>Publisher: University of Qom</p>

مروری بر الگوریتم‌های انجمن‌یابی شبکه‌های چندلایه؛ روش‌های سنتی و یادگیری عمیق

زهرا روزبهانی، جلال رضائی‌نور

1. استادیار، گروه مهندسی کامپیوتر، دانشگاه ملی مهارت، تهران، ایران. ORCID: 0009-0005-6222-2893

2. استاد، گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه قم، قم، ایران. ORCID: 0000-0002-3759-2607

نویسنده مسئول: زهرا روزبهانی، رایانامه: zroozbahani@nus.ac.ir

اطلاعات مقاله	چکیده
نوع مقاله: مقاله پژوهشی	یک انجمن در شبکه‌ها، معمولاً به عنوان گروهی از گره‌ها در نظر گرفته می‌شود که ارتباط بیشتری بین اعضای خود نسبت به دیگر اعضای شبکه دارد. الگوریتم‌های انجمن‌یابی ابزاری اساسی هستند که به ما امکان می‌دهند اصول سازمانی را در شبکه‌ها کشف کنیم. امروزه با رشد روزافزون داده‌ها و پیچیده شدن ساختار آنها، داده‌ها به صورت شبکه‌های چندلایه مدل‌سازی می‌شوند. انجمن‌یابی در شبکه‌های چندلایه یکی از مسائل کلیدی در حوزه پردازش داده است. در پژوهش حاضر بیش از ۵۰ الگوریتم انجمن‌یابی مختص شبکه‌های چندلایه مورد بررسی قرار گرفته است. ما این روش‌ها را در دو دسته اصلی روش‌های سنتی و روش‌های یادگیری عمیق بررسی کرده‌ایم. پس از بررسی کامل روش‌ها، با توجه به مزیت‌ها و معایب آنها ۱۰ چالش اصلی در این حوزه شناسایی شده است. کشف جوامع در شبکه‌های چندلایه جهت‌دار، یافتن انجمن‌های همپوشان در شبکه‌های پویا و ارائه الگوریتم‌های مقیاس‌پذیر از جمله مهمترین چالش‌های شناسایی شده در این حوزه بوده است. با توجه به این چالش‌ها پیشنهاداتی جهت توسعه روش‌هایی برای برطرف کردن معایب الگوریتم‌های حاضر ارائه شده است.
تاریخ دریافت: 1403/05/24	
تاریخ بازنگری: 1403/09/14	
تاریخ پذیرش: 1403/11/30	
تاریخ انتشار: 1403/12/30	
کلیدواژه‌ها: انجمن‌یابی، شبکه‌های چندلایه، مرور نظام‌مند، یادگیری عمیق، یادگیری ماشین	
استناد:	



© نویسندگان.

ناشر: دانشگاه قم

1) مقدمه

شبکه‌های چندلایه، شبکه‌هایی هستند که هر لایه در آن‌ها، یک گراف مستقل را نمایش می‌دهند. در این لایه‌ها ممکن است گره‌ها مشابه یا متفاوت باشند؛ به عبارت دیگر حضور یک گره در یک لایه لزوماً به معنی حضور آن در لایه دیگر نیست. به صورت خلاصه می‌توان گفت در شبکه‌های چندلایه، لایه‌ها انواع مختلف تعاملات بین موجودیت‌ها را نمایش می‌دهند و پیوندهای بین لایه‌ای وابستگی‌های بین موجودیت‌ها را منعکس می‌کنند [1]. شبکه‌هایی که روابط دنیای واقعی را توصیف می‌کنند اغلب به صورت شبکه‌های چندلایه مدل‌سازی می‌شوند. مطالعه [2] یکی از جامع‌ترین پژوهش‌ها در زمینه معرفی شبکه‌های چندلایه است. در این پژوهش به معرفی مسائل مختلف از جمله شاخص‌های مربوط به ساختار شبکه، رنگ آمیزی گراف، انجمن‌یابی و دیگر جنبه‌های مهم، پرداخته شده است.

یکی از مسائل مهم و پیچیده در شبکه‌های چندلایه تشخیص ساختار انجمن‌ها است. انجمن‌یابی شبکه‌های چندلایه مانند شبکه‌های ساده عبارت است از: مساله گروه‌بندی گره‌های شبکه به مجموعه‌های هم‌پوشان و یا غیر هم‌پوشان از گره‌ها به طوری که گره‌ها در هر مجموعه به طور متراکمی با هم در ارتباط باشند. اما در شبکه‌های چندلایه، مفهوم ارتباط متراکم، به اندازه شبکه‌های ساده واضح و روشن نیست. این امر به دلیل وجود انواع یال‌های چندگانه ایجاد می‌شود که منجر به بروز تعاریف مختلفی برای شبکه‌های چندلایه شده است. در چند سال گذشته، پژوهش‌های قابل توجهی در زمینه شناسایی جامعه برای شبکه‌های چندلایه انجام شده است اما مفهوم ساختار جامعه برای حل مساله تشخیص جامعه چند لایه، تاکنون به صورت رسمی تعریف نشده و مورد استفاده قرار نگرفته است [3].

در این پژوهش تلاش شده است با بررسی دقیق الگوریتم‌های ارائه شده در زمینه انجمن‌یابی شبکه‌های چندلایه، مسائل و چالش‌های اصلی این حوزه شناسایی شوند و همچنین مسائلی که محققان می‌توانند در آینده مورد بررسی قرار دهند، ارائه شده است. در این راستا از میان پژوهش‌هایی که به ارائه الگوریتم‌های انجمن‌یابی پرداخته‌اند، بیش از ۵۰ الگوریتم، مورد بررسی قرار گرفته‌اند. این مقالات به طور مستقیم به ارائه یک الگوریتم انجمن‌یابی برای شبکه‌های چندلایه پرداخته‌اند.

در پژوهش حاضر الگوریتم‌ها به دو دسته روش‌های سنتی و روش‌های مبتنی بر یادگیری عمیق، تقسیم شده‌اند. روش‌های اولیه انجمن‌یابی تا پیش از توسعه روش‌های یادگیری عمیق، در این پژوهش به عنوان روش‌های سنتی شناخته می‌شوند. روش‌های سنتی خود به دو دسته روش‌های مستقیم و غیر مستقیم تقسیم می‌شوند. روش‌های غیرمستقیم شامل دو دسته روش‌های ترکیبی^۱ و روش‌های مسطح‌سازی هستند. در روش‌های ترکیبی ابتدا هر لایه انجمن‌یابی می‌شود و سپس انجمن‌یابی نهایی ترکیبی از نتایج انجمن‌یابی بر روی هر لایه به‌طور مستقل خواهد بود. تفاوتی که بین این روش‌ها وجود دارد در انتخاب الگوریتم انجمن‌یابی شبکه تک لایه و همچنین چگونگی ترکیب نتایج است. یکی دیگر از روش‌های غیر مستقیم، روش‌های مسطح‌سازی هستند. روش‌های مسطح‌سازی یکی از روش‌های اولیه در این حوزه بوده است [4]. در این روش‌ها ابتدا شبکه چندلایه به یک شبکه تک‌لایه تبدیل می‌شود و برای انجمن‌یابی شبکه از روش‌های انجمن‌یابی موجود برای شبکه‌های تک‌لایه استفاده می‌شود.

1. Ensembling

برخلاف روش‌های غیرمستقیم در روش‌های مستقیم الگوریتم به‌طور مستقیم بر روی شبکه چندلایه اعمال می‌شود معمولاً روش‌های مستقیم توسعه‌یافته یک الگوریتم انجمن‌یابی بر شبکه تک لایه است. روش‌های مستقیم با توجه به نوع الگوریتم انجمن‌یابی به چهار دسته روش‌های ماژولاریتی، جبری، احتمالاتی و روش‌های بر پایه ویژگی‌های شبکه تقسیم شده‌اند.

بسیاری از تکنیک‌های سنتی، مانند خوشه‌بندی طیفی [5، 6] و استنتاج آماری [7، 8]، برای شبکه‌های کوچک و ساده، استفاده شده‌اند. با توجه به اینکه شبکه‌های دنیای واقعی معمولاً غنی از اطلاعات غیرخطی هستند، مدل‌های سنتی برای این شبکه‌ها، کاربرد کمتری دارند. معماری‌های پیچیده و ویژگی‌هایی با ابعاد بالا، هزینه محاسبات در روش‌های سنتی را بالا می‌برد. روش یادگیری عمیق با قدرت انعطاف‌پذیری بالا می‌تواند یک راه حل خوب برای حل این مسئله باشد. یادگیری عمیق به عنوان یک ابزار قدرتمند، در سال‌های اخیر به‌طور چشمگیری در حل مسائل پیچیده در حوزه‌های مختلف از جمله شبکه‌های پیچیده و تحلیل داده‌های بزرگ مورد استفاده قرار گرفته است [9، 10، 11]. تشخیص جوامع به کمک یادگیری عمیق می‌تواند این سه ویژگی خوب را داشته باشد: (1) الگوریتم انجمن‌یابی مبتنی بر یادگیری عمیق، خصوصیات شبکه غیرخطی را یاد می‌گیرد؛ مانند روابط استخراج شده به عنوان ارتباط بین گره‌ها. (2) تعبیه‌های شبکه با ابعاد پایین‌تر را نشان می‌دهد که ساختارهای شبکه پیچیده را حفظ می‌کند. و (3) می‌تواند جوامع را با دقت بیشتری با توجه به گستره وسیعی از اطلاعات شناسایی کند [73].

در ادامه ساختار مقاله به این شکل خواهد بود. در بخش دوم تعاریف مورد نیاز جهت درک بهتر مسئله آمده است. در بخش سوم این پژوهش، الگوریتم‌های انجمن‌یابی برای شبکه‌های چندرابطه‌ای از جنبه‌های مختلف مورد بررسی قرار گرفته‌اند. بخش چهارم شامل چالش‌های موجود در این حوزه و کارهای آتی است و در انتها نیز به جمع‌بندی مطالب پرداخته شده است.

2 مفاهیم پایه

تعریف 1. شبکه. یک شبکه $G=(V,E,X)$ از n گره $V=\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ و m یا $E = \{e_{ij}\} \subseteq V \times V$ تشکیل شده است. ساختار توپولوژیکی G را می‌توان با ماتریس مجاورت $A = (a_{ij})_{n \times n}$ تعریف کرد، که در آن $a_{ij} = 1$ اگر $e_{ij} \in E$ باشد. شبکه G بدون جهت است اگر $a_{ij} = a_{ji}$ [12].

تعریف 2. شبکه چند لایه. یک شبکه چند لایه (MN) به صورت چهارتایی زیر تعریف می‌شود:

$$MN=(V,L,V_M,E_M) \quad (1.1)$$

به نحوی که:

- V مجموعه‌ای از گروه‌ها است. گره‌ها نیازی به همگن بودن ندارند، یعنی می‌توانند انواع مختلف موجودیت‌ها را نشان دهند.

- $L = \{L_a\}_a^d = 1$ مجموعه‌ای از لایه‌ها است که توسط رابطه‌های d تعریف شده است، به این ترتیب که برای هر رابطه مانند a یک لایه L_a وجود دارد.
- V_M یک رابطه در $V \times L_1 \times \dots \times L_d$ است که نشان‌دهنده مطابقت بین گره‌ها و حضور آنها در هر لایه است.
- $E_M \subseteq V_M \times V_M$ مجموعه یال‌ها در لایه‌ها است.

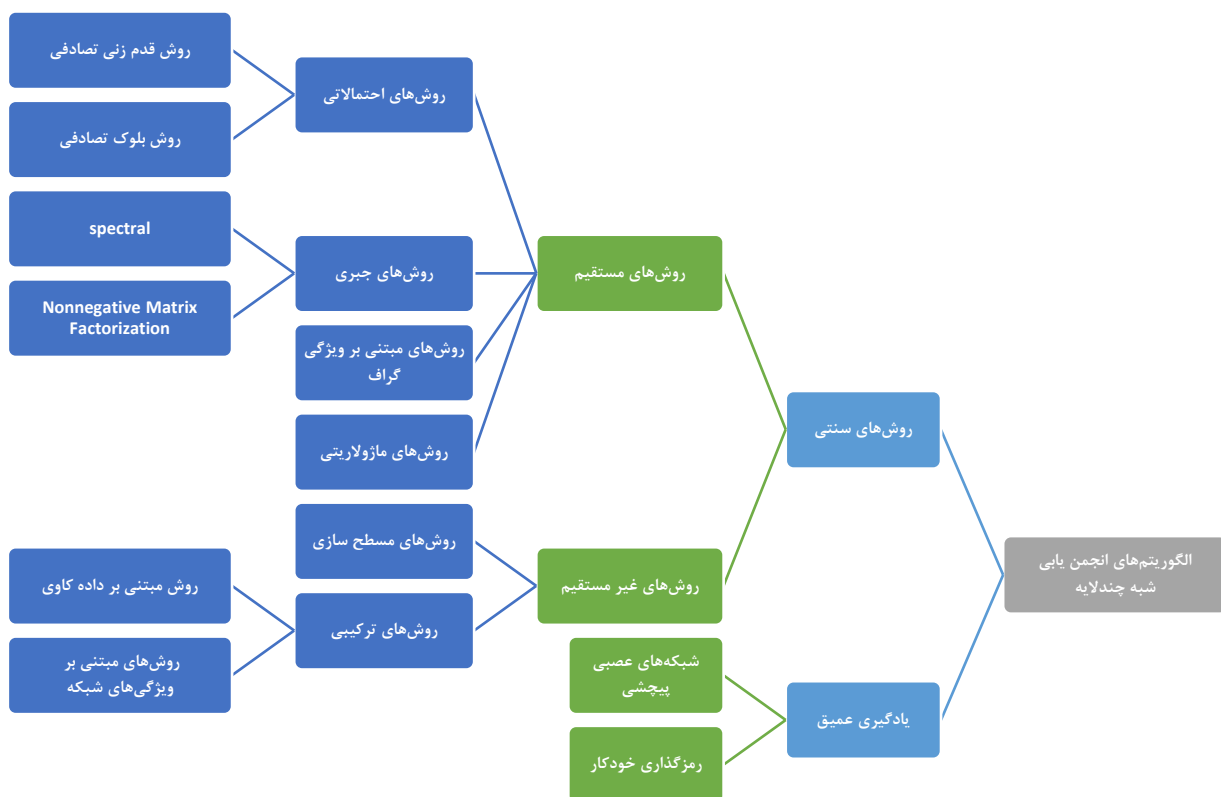
تعریف ۳. شبکه چند رابطه‌ای. یک شبکه چند رابطه‌ای (MRN)، به عنوان مجموعه‌ای از گراف‌ها تعریف شده است $M=(V, E=\{E_1, \dots, E_m \subseteq (V \times V)\})$ که V نشانگر مجموعه گره‌ها با n مؤلفه است و E مجموعه یال‌ها بر روی m رابطه است. اگر $A \in \{0,1\}^{n \times n \times m}$ یک تانسور سه طرفه باشد داریم [13]:

$$A_{i,j}^d = \begin{cases} 1 & \text{if } (i,j) \in E_d: 1 \leq d \leq m \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

- تعریف ۴. انجمن.** شبکه G شامل k جامعه $C = \{C_1, C_2, \dots, C_k\}$ ، که در آن C_i زیرگراف G است و گره‌های داخل C_i به طور متراکم به هم متصل هستند در حالی که گره‌های سراسر C_i و C_j به طور پراکنده به هم متصل هستند. هنگامی که $C_i \cap C_j = \emptyset \forall i, j$ ، جوامع با یکدیگر همپوشانی ندارند.
- تعریف ۵. انجمن یابی.** با توجه به شبکه G ، تشخیص جامعه به این صورت است که یک نگاشت F طراحی شود تا هر گره v_i از G را به حداقل یکی از انجمن‌های k اختصاص دهد.

(3) مرور ادبیات

در پژوهش حاضر، روش‌های موجود برای استخراج انجمن‌ها در شبکه‌های چند لایه به دو دسته اصلی روش‌های سنتی و یادگیری عمیق تقسیم شده‌اند. اخیراً این نوع دسته‌بندی، مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته است. پژوهشگران در [۷۷] بیان کرده‌اند رویکردهای سنتی برای تشخیص انجمن از اطلاعات قبلی برای بسط و گسترش ساختارهای جامعه استفاده می‌کنند و با توجه به مشکلاتی که این روش‌ها دارند از روش‌های یادگیری عمیق استفاده شده است. روش‌های مبتنی بر یادگیری عمیق، داده‌های شبکه را به ابعاد کوچکتر تبدیل می‌کنند؛ در این میان می‌توان با استفاده از یک معماری یکپارچه از روش‌های انجمن‌یابی شبکه استفاده کرد و آنها را توسعه داد. در این پژوهش، روش‌های تشخیص انجمن به دو دسته مدل‌های گرافیکی احتمالی و یادگیری عمیق تقسیم شده و مورد بررسی قرار گرفته‌اند. در ادامه پژوهش حاضر الگوریتم‌های انجمن‌یابی شبکه‌های چند لایه در دو دسته روش‌های سنتی و روش‌های یادگیری عمیق مورد بررسی قرار گرفته‌اند. نمودار دسته‌بندی این الگوریتم‌ها در نمودار ۱ نشان داده شده است.



نمودار ۱. نمودار دسته‌بندی الگوریتم‌های انجمن‌یابی شبکه چندلایه با استفاده از روش‌های سنتی و یادگیری عمیق

3-1. روش‌های سنتی

3-1-1. روش‌های غیر مستقیم

روش‌های غیرمستقیم شامل دو دسته روش‌های ترکیبی و مسطح‌سازی هستند که در ادامه به شرح آن‌ها پرداخته شده است.

3-1-1-1. روش ترکیبی

روش ترکیبی یک دسته از روش‌های غیرمستقیم هستند. در این روش‌ها ابتدا هر لایه انجمن‌یابی می‌شود و انجمن‌یابی نهایی ترکیبی از نتایج انجمن‌یابی بر روی هر لایه به‌طور مستقل است. تفاوتی که بین این روش‌ها وجود دارد در انتخاب الگوریتم انجمن‌یابی شبکه تک لایه و همچنین چگونگی ترکیب نتایج است. یک دسته از این روش‌ها که برای استفاده در شبکه‌های چندلایه با نودهای یکسان ارائه شده است روش ارائه شده در مطالعه [14] است.

به‌منظور مشخص کردن میزان وابستگی هر گره به شبکه و همچنین حفظ اطلاعات در پژوهش [15] رویکردی مازولار و مبتنی بر گروه برای تشخیص جامعه در شبکه‌های چندلایه پیشنهاد شده است. درحالی‌که در جهان واقعی، هر لایه ممکن است ارزش خاصی در انجمن‌یابی داشته باشد. به‌منظور حل این مشکل در روش ارائه شده [16] محققان اهمیت لایه را به الگوریتم خود وارد کرده‌اند و بجای استفاده از روش‌های معمول میانگین‌گیری، از یک

روش ابتکاری استفاده نموده‌اند که هدف آن به دست آوردن اهمیت لایه‌ها بر مبنای نیاز کاربران می‌باشد. مطالعه [17] به ارائه یک روش انجمن‌یابی غیر مستقیم با رویکرد تجمیعی پرداخته است. این روش به منظور خوشه‌بندی گراف‌های چندلایه با در نظر گرفتن گره‌های مفقود شده ارائه شده است.

3-1-1-2. روش مسطح‌سازی

روش‌های مسطح‌سازی یکی از روش‌های اولیه در این حوزه بوده است [18]. در این روش‌ها ابتدا شبکه چندلایه به یک شبکه تک‌لایه تبدیل می‌شود و برای انجمن‌یابی شبکه از روش‌های انجمن‌یابی موجود برای شبکه‌های تک‌لایه استفاده می‌شود. در این روش اطلاعات زیادی از دست می‌رود و عملاً از قابلیت شبکه‌های چندلایه جهت نمایش هر چه بیشتر اطلاعات استفاده نمی‌شود. به همین دلیل امروزه این روش مورد استفاده قرار نگرفته است. در پژوهش [19] یک جمع‌بندی از الگوریتم‌های انجمن‌یابی سنتی در شبکه‌های چندلایه ارائه شده است. این پژوهش نشان می‌دهد چگونه و در چه زمان‌هایی می‌توانیم از روش‌های ترکیبی یا مسطح‌سازی استفاده کنیم. الگوریتم پیشنهادی در پژوهش از چهار مرحله تشکیل می‌شود که هر مرحله روشی را برای تبدیل ماتریس چندبعدی به تک‌بعدی پیشنهاد داده است. از معایب آن، می‌توان به کاهش شبکه چندلایه به تک‌لایه اشاره کرد که موجب از دست دادن بخشی از اطلاعات شبکه می‌شود.

3-1-2. روش‌های مستقیم

روش‌های مستقیم را با توجه به نوع الگوریتم انجمن‌یابی پایه که در آن مورد استفاده قرار گرفته است می‌توان به چهار دسته روش‌های ماژولاریتی، جبری، احتمالاتی و روش‌های بر پایه ویژگی‌های شبکه تقسیم نمود که در ادامه توضیحات بیشتری برای هر یک از این چهار روش ارائه شده است.

3-1-2-1. روش‌های مبتنی بر معیار ماژولاریتی

اولین معیار ماژولاریتی برای شناسایی جوامع در زیرشبکه‌هایی از شبکه‌های چندلایه ناهمگن در مطالعه [20] ارائه شده است. ایده کلیدی ماژولاریتی ترکیبی، تجزیه شبکه چندرابطه‌ای ناهمگن به زیر شبکه‌های چندتایی و مجتمع کردن ماژول‌ها در هر زیرشبکه است. یکی از روش‌های ماژولاریتی که قابلیت پیاده‌سازی بر شبکه‌های جهت‌دار را نیز دارا است روش ارائه شده در پژوهش [21] می‌باشد که تمرکز آن بر ارائه معیار ماژولاریتی است. این معیار به گونه‌ای عمل می‌کند که برای انجمن‌یابی به صورت مستقیم بر شبکه‌های چندلایه مناسب باشد. این الگوریتم پیشنهادی برای استفاده در شبکه‌های جهت‌دار و بدون جهت مناسب است. در پژوهش [22]، برای حل این مسئله از الگوریتم ژنتیک استفاده شده است.

در پژوهش دیگری که از معیار ماژولاریتی جهت ارزیابی استفاده شده است؛ یک الگوریتم انجمن‌یابی مستقیم به منظور یافتن جوامع پنهان در شبکه‌های چندلایه بر پایه سه روش شناخته شده (Louvain, CNM, Girvan-Newman)

ارائه شده است. پژوهشگران روش خود را با روش‌های Louvain و Infomap مقایسه کرده‌اند و جهت ارزیابی از چهار مجموعه داده واقعی استفاده کرده‌اند [23].

2-2-1-3. روش‌های جبری

روش‌های جبری روش‌هایی هستند که در آن‌ها از روش‌های جبر خطی به منظور پیدا کردن یک ماتریس جدید، بردار ویژه یا مقادیر ویژه جدید استفاده می‌کنند. این روش‌ها خود به دو دسته‌ی روش‌های تجزیه نامنفی ماتریس (NMF) و روش‌های Spectral و بردار ویژه تقسیم می‌شوند. یکی از الگوریتم‌های ارائه شده مبتنی بر NMF الگوریتم Linked Matrix Factorization است [24]. هدف این الگوریتم یافتن روشی است برای ترکیب اطلاعات موجود در شبکه‌های چندلایه تا بتواند ساختارهای متراکم مشترک در سطوح مختلف را استخراج نماید. روش ارائه شده در همین راستا پژوهشگران در مطالعه دیگری به منظور پیشینه کردن معیار ماژولاریتی سه روش را بیان کرده و بر این مبنا به استخراج انجمن‌های مشترک در بین لایه‌های شبکه می‌پردازد [25]. یک روش بهبودیافته در این زمینه روشی است که توسط [26] ارائه شده است، که بر مبنای محاسبه لاپلاسیان و مقادیر ویژه، انجمن‌ها را کشف می‌کند و به توسعه یک روش انجمن‌یابی بر مبنای مقادیر و بردار ویژه برای شبکه‌های چندلایه می‌پردازد.

یکی از چالش‌های الگوریتم‌های انجمن‌یابی توسعه الگوریتم‌ها برای شبکه‌های وزن‌دار است. پژوهشگران در [27] برای انجمن‌یابی شبکه‌های وزن‌دار دارای ویژگی یک روش جبری را توسعه داده‌اند. ایده اصلی آن تبدیل شبکه تک لایه با ویژگی به شبکه چندلایه است. این روش بر روی ده مجموعه داده حقیقی از شبکه‌های تک لایه با ویژگی گره، ارزیابی شده است. جهت ارزیابی از شاخص Rand استفاده شده است. در این پژوهش اشاره‌ای نشده است چگونه می‌توان این روش را برای شبکه‌های جهت‌دار و یافتن انجمن‌های همپوشان توسعه داد.

یکی دیگر از مسائلی که مورد توجه پژوهشگران بوده است، یافتن انجمن‌ها در شبکه‌های دارای نویز بوده است. تعداد کمی از مطالعات در رابطه با چگونگی توسعه الگوریتم ارائه شده برای شبکه‌های دارای نویز توضیحاتی ارائه کرده‌اند. الشروع (2022) برای تشخیص انجمن در شبکه‌های چند لایه متصل از روش فاکتورگیری ماتریس غیرمنفی مشترک¹ استفاده کرده است. برای تجزیه و تحلیل داده‌ها، استفاده از نمودار، گزینه مناسبی است. از آنجا که مدل‌های شبکه تک لایه سنتی برای توصیف حالت‌های تعاملی در برنامه‌های واقعی کافی نیستند از مدل‌های شبکه چندلایه برای مدل‌سازی این سیستم‌ها استفاده می‌شود. روش پیشنهادی، ساختار انجمن را در شبکه‌های چند لایه همگن و ناهمگن تشخیص می‌دهد و در برابر نویز و پراکندگی مقاومت می‌کند [28]. توسعه الگوریتم برای شبکه‌های همگن و ناهمگن و دارای نویز یکی از نقاط قوت این الگوریتم است.

1. Joint Nonnegative Matrix Factorization

3-1-2-3. روش‌های احتمالاتی

مدل بلوکی تصادفی یک مدل تولیدی برای شبکه‌های تصادفی است. روش ارائه شده در [29] به ارائه یک تقریب برای یافتن یک شبکه (مدل بلوکی تصادفی) SBM چندلایه می‌پردازد که قابلیت پیش‌بینی ساختار شبکه در دنیای حقیقی را داشته باشد. روش پیشنهادی [30] با بهره‌گیری از مدل بلوک تصادفی مفصلی وزن‌دار یا WSBM ساختار انجمن را به صورت «بخشی» به اشتراک می‌گذارد. این روش قابلیت استخراج انجمن در تمام لایه‌های شبکه همانند تشخیص انجمن منحصربه‌فرد برای هر لایه را دارد. همچنین قابلیت اعمال به شبکه‌های چندلایه (با یا بدون یال‌های وزن‌دار) برای داده‌های دنیای واقعی و شبکه‌های آزمایشگاهی را دارد که باعث قوت این الگوریتم شده است. روش دیگری که بر مبنای مدل عابر تصادفی است روش پیشنهادی در [31] است. در ابتدای این مقاله یک تابع هدف تعریف می‌شود که با بهینه‌سازی آن، انجمن‌های شبکه استخراج می‌شود.

در [32] هسته اصلی در شبکه چندلایه با در نظرگیری تکرارپذیری گره به دست می‌آید. سپس مطابق با رابطه اعتماد میان گره‌ها، مدل احتمالی شرطی بر اساس گام‌های تصادفی میان همان لایه و سایر لایه‌ها در شبکه‌های انجمنی شکل می‌گیرد. از نقاط قوت الگوریتم می‌توان به بهره‌گیری از تمام یال‌ها و بازیابی سریع پس از تغییرات شبکه، بهبود دقت و پایداری در تشخیص انجمن‌های مبتنی بر شبکه‌های اجتماعی نسبت به سایر روش‌ها، بهره‌گیری از منابع محاسباتی به صورت کامل ضمن کاهش پیچیدگی الگوریتم، پیاده‌سازی الگوریتم چندلایه در گام تصادفی با کارایی مناسب اشاره کرد. در پژوهش دیگری از روش بلوک تصادفی چندلایه برای داده‌های شبکه چندلایه استفاده کرده‌اند و نشان داده‌اند تخمین حداقل مربعات عضویت نتایج سازگارتری داشته است. تشخیص انجمن چند لایه نسبت به انجمن تک لایه اطلاعات غنی تری دارد و باعث می‌شود تشخیص انجمن در یک شبکه بسیار پراکنده‌تر، با سهولت بیشتری انجام شود [33].

یکی از چالش‌های حوزه انجمن‌یابی شبکه‌های چندلایه انجمن‌یابی بر شبکه‌های دارای ویژگی است. به این منظور پژوهش [34] یک روش انجمن‌یابی همپوشان بر پایه تابع مولد احتمالاتی ارائه کرده است که مختص شبکه‌های چندلایه با در نظر گرفتن ویژگی نودها و روابط ساختاری شبکه است. پژوهشگران روش خود را با داده‌های واقعی کوچک و شبکه‌های مصنوعی مقایسه کرده‌اند جهت ارزیابی از معیارهای جاکارد و F و AUC استفاده شده است. در پژوهش [35] یک روش جدید قدم زنی تصادفی به نام RWM ارائه شده است. این روش می‌تواند انجمن‌های محلی همپوشان را در شبکه‌های چندلایه با نودهای مختلف و جهت دار بیابد. این متد بر روی پنج مجموعه داده واقعی و ۹ مجموعه داده مصنوعی ارزیابی شده است. جهت مقایسه نیز از پنج الگوریتم انجمن‌یابی مختص شبکه‌های تک لایه و دو الگوریتم مختص انجمن‌یابی شبکه‌های چندلایه استفاده شده است. داده‌های واقعی هر کدام به نحوی برچسب‌دار شده‌اند بنابراین در این پژوهش از معیارهای سنجش شباهت برای ارزیابی استفاده شده است. یکی از مهم‌ترین

مزیت‌های این الگوریتم کاربرد آن برای یافتن انجمن‌های همپوشان است. تعداد بسیار کمی از الگوریتم‌های ارائه شده در این حوزه قابلیت انجمن‌یابی هم‌پوشان را دارند.

تشخیص جوامع در شبکه‌های چندلایه دو بخشی، دارای اشکالاتی است. در شبکه‌های دو بخشی چندلایه، هر لایه از دو گروه مجزا از گره‌ها، تشکیل شده است. الگوریتم‌های تشخیص انجمن که برای شبکه‌های بدون جهت چند لایه طراحی شده‌اند، برای شبکه‌های دو بخشی چند لایه کاربرد ندارد. به این منظور در پژوهش [36] برای حل این مشکل از مدل جدید بلوک تصادفی تصحیح شده چند لایه، استفاده شده است تا ساختار زیربنایی انجمن در شبکه‌های دو بخشی چندلایه را نشان دهد. در این روش افزایش تعداد لایه‌ها در شبکه‌های دو بخشی، دقت تشخیص انجمن را بهبود می‌بخشد. این نکته بسیار قابل توجه است؛ به دلیل اینکه بسیاری از الگوریتم‌ها با افزایش تعداد لایه‌ها با کاهش دقت مواجه می‌شوند و این در حالی است که در این الگوریتم با افزایش تعداد لایه‌ها دقت انجمن‌یابی بهبود می‌یابد.

یکی دیگر از مسائله مهم در حوزه انجمن‌یابی حفظ امنیت انتشار داده‌های شبکه است. از آنجا که حفظ ساختار اصلی شبکه و امنیت اطلاعات برای ناشران داده مهم است محققان اخیرا با یک رویکرد ویژه، به منظور حفظ اولویت حریم خصوصی گره‌ها به ارائه یک الگوریتم انجمن‌یابی پرداخته‌اند. ساختار انجمن با مدل بلوک تصادفی تصحیح شده چندلایه پس از انحراف حفظ می‌شود و تشخیص انجمن در شبکه‌های چندلایه قابل دستیابی است [37]. در پژوهش دیگر که اخیرا انجام شده است تشخیص انجمن‌های همپوشان در شبکه‌های جهت‌دار چندلایه بررسی شده است. در این مطالعه از روش بلوک تصادفی چند لایه با عضویت مختلط (چند لایه MM-ScBM) برای مدلسازی شبکه‌های جهت‌دار چند لایه از روش طیفی برای تخمین عضویت گره‌های الگوی ارسال و دریافت، استفاده شده است. این اولین پژوهش در زمینه انجمن‌های همپوشانی نامتقارن در شبکه‌های جهت‌دار چند لایه است. نتایج نشان داده است که افزایش پراکندگی، تعداد گره‌ها یا تعداد لایه‌ها دقت تشخیص انجمن همپوشانی را بهبود می‌بخشد [38]. در پژوهش دیگری نیز برای تشخیص ساختار انجمن شبکه‌های چندلایه، به علت محدودیت روشهای تشخیص انجمن چند لایه، از روش خوشه بندی طیفی استفاده شده است. در این روش، برش نرمالیزه هر لایه به همراه برش نرمالیزه شبکه دو بخشی تا حد امکان کاهش پیدا می‌کند و منظم سازی و سازگاری زیرسازهای انجمن در داخل و بین لایه تضمین می‌شود [39].

3-1-2-4. روش‌های مبتنی بر ویژگی شبکه

برخی دیگر از روش‌های انجمن‌یابی با استفاده از شاخص‌های ساختاری شبکه، یک تابع هدف جهت انجمن‌یابی شبکه، ارائه کرده‌اند. برای مثال [40] به ارائه روشی جدید برای کشف انجمن در شبکه اجتماعی چندلایه با استفاده از ضریب خوشه‌بندی چندلایه‌ای یال، پرداخته است. در این مطالعه معیار جدیدی با نام ضریب خوشه‌بندی متقاطع برای یال‌ها

تعریف می‌شود که می‌تواند برای اندازه‌گیری قدرت اتصال همسایه‌های دو گره که با یک یال به هم متصل شده‌اند، استفاده شود. روش دیگری که در این حوزه ارائه شده ریشه در الگوریتم Loci دارد که بدنبال یافتن یک مجموعه از رأس‌های هسته‌ای و انتصاب مابقی گره‌ها به این هسته می‌باشد [41] از مزایای روش پیشنهادی سهولت استفاده و قابل درک بودن آن است؛ اما در مقابل، یافتن نزدیک‌ترین مسیر دارای پیچیدگی زمانی بسیار بالا می‌باشد. در مطالعه [42]، ابتدا تعریف جامعه در شبکه‌های تک لایه توسعه یافته و تعریف جدیدی برای انجمن در شبکه چند لایه ارائه شده است. الگوریتم ارائه شده در این پژوهش با روش‌هایی از جمله PMM, Infomap, Louvain مقایسه شده است. نتایج با توجه به اجرای الگوریتم‌ها بر روی داده‌های واقعی شبکه‌های چندلایه بدون برچسب و شبکه‌های مصنوعی برچسب دار ارائه شده است. معیارهای ارزیابی معیار ماژولاریتی و NMI بوده است. خلاصه ویژگی مدل‌های بررسی شده در این بخش، در جدول ۱ آمده است.

جدول 1. ویژگی‌های الگوریتم‌های انجمن‌یابی سنتی

شماره مقاله	روش انجمن‌یابی	داده ارزیابی		معیار ارزیابی		انجمن‌های همپوشان	شبکه جهت دار	روش مستقیم
		داده مصنوعی	داده واقعی	PS	QF			
[15]	روش ترکیبی	-	*	-	*	-	*	-
[21]	روش‌های مبتنی بر معیار ماژولاریتی	*	-	*	-	*	-	*
[22]	روش‌های مبتنی بر معیار ماژولاریتی	*	*	*	-	-	-	*
[41]	روش‌های مبتنی بر ویژگی شبکه	-	*	-	*	-	*	*
[30]	روش‌های احتمالاتی	-	*	*	-	*	-	*
[32]	روش‌های احتمالاتی	*	*	*	-	-	-	*
[29]	روش‌های احتمالاتی	-	*	-	*	*	-	*
[42]	روش‌های مبتنی بر ویژگی شبکه	*	*	*	*	*	-	*
[27]	روش‌های جبری	-	*	*	-	-	-	*

*	*	*	-	*	*	*	روش های جبری	[35]
*	*	-	*	-	*	-	روش های مستقیم	[23]
*	*	*	*	*	*	*	روش های جبری	[34]
-	*	-	-	*	*	*	روش ترکیبی	[17]
*	-	-	-	-	*	*	روش های جبری	[36]
*	-	-	-	-	*	*	روش های جبری	[37]
-	*	*	-	-	*	*	روش های جبری	[38]
*	-	-	-	-	*	*	روش های جبری	[39]

2-3. روش یادگیری عمیق

یادگیری عمیق به عنوان یکی از پیشرفته ترین تکنیک ها در حوزه یادگیری ماشین، در سال های اخیر توجه پژوهشگران زیادی را به خود جلب کرده است. این روش به ویژه در زمینه انجمن یابی همپوشان در شبکه های چندلایه بر روی شبکه های جهت دار به کار گرفته شده است. از سال 2020، تحقیقات متعددی در زمینه استفاده از یادگیری عمیق برای انجمن یابی در شبکه های چندلایه منتشر شده که این تحقیقات نشان می دهند، یادگیری عمیق می تواند قابلیت هایی منحصر به فردی را در تحلیل داده ها فراهم کند. نمودار ۲ سیر زمانی تحول الگوریتم های انجمن یابی شبکه های چندلایه را نشان می دهد. با توجه به این نمودار مشاهده می شود که روش های یادگیری عمیق در سال های اخیر مورد توجه بسیاری از پژوهشگران، قرار گرفته است.



نمودار 2. خط زمانی الگوریتم‌های انجمن‌یابی شبکه‌های چندلایه با رویکرد یادگیری عمیق

روش‌های مبتنی بر یادگیری عمیق از رویکردهای مختلفی جهت یافتن انجمن‌ها استفاده می‌کنند. برخی روش‌های ارائه شده مبتنی بر الگوریتم‌های خود رمزگذار [44,43] و برخی روش‌ها نیز با رویکرد خصمانه‌ی مولد [45, 46] است. یک ایده مهم و موثر برای تشخیص اجتماع، یادگیری یک نمایش مناسب از ساختار شبکه‌ی ارائه شده است. یک دسته از این نوع الگوریتم‌ها، مدل‌های مولد مبتنی بر مدل هستند مانند مدل بلوکی تصادفی (SBM) [47] که جوامع را با رسمی کردن فرایند مولد یک شبکه، به عنوان یک توالی از توزیع‌های با احتمال دقیق، تشخیص می‌دهد. تعمیم‌ها و بهبودهای مختلفی برای افزایش عملکرد SMB نیز معرفی شده است [48, 49]. یکی دیگر از رویکردهای یادگیری مبتنی بر مدل، بر مبنای میدان تصادفی مارکوف (MRF) می‌باشند. MRF یک مدل گرافیکی بدون جهت است که از ساختار همسایگی در شبکه‌ها استفاده می‌کند [50]. در ادامه روش‌های مبتنی بر شبکه پیچشی گراف و روش‌های رمزگذاری خودکار با جزئیات بیشتر بررسی شده‌اند.

3-2-1. شبکه‌های پیچشی گراف

امروزه شبکه‌های عصبی عمیق، با رویکردهای مبتنی بر یادگیری، از قابلیت نمایش با ابعاد پایین بهره می‌برند. برای مثال شبکه‌ی عصبی پیچشی (CNN) از عملیات کانولوشن و ادغام به منظور کاهش ابعاد داده‌های شبکه‌ای استفاده می‌کند تا انجمن‌ها را در شبکه تشخیص دهد. شبکه‌ی پیچشی گراف (GCN) [51] که از مزایای CNN الهام می‌گیرد و مستقیماً بر روی داده‌های ساختاریافته‌ی شبکه، عملیات انجام می‌دهد [52].

یادگیری عمیق کلاسیک از شبکه‌های عصبی کانولوشن (CNN) و مدل‌سازی احتمالی برای تشخیص اجتماع استفاده می‌کنند. به عنوان مثال، پژوهشگران در [53] رویکرد جدیدی بر اساس CNN‌ها و ویژگی‌های توپولوژیکی ماتریس‌های

مجاورت، برای تشخیص خودکار انجمن‌ها ارائه کرده‌اند. در ادامه این مطالعات در پژوهش [54] یک مدل مولد احتمالی vGraph، برای تشخیص مشترک انجمن‌های همپوشان و غیر همپوشان به کمک یادگیری نمایش گره و انجمن ارائه کرده است. vGraph هر گره را با مخلوطی از انجمن‌ها نشان می‌دهد و انجمن‌ها را به عنوان توزیع چندجمله‌ای بر روی گره‌ها تعریف می‌کند.

علاوه بر موارد اشاره شده پژوهشگران در [55] دریافته‌اند که یک رابطه حلقه بسته بین تشخیص انجمن، جاسازی انجمن و جاسازی گره وجود دارد. آن‌ها روش جدیدی برای جاسازی انجمن به نام ComE ارائه می‌دهند تا هر سه وظیفه را به طور مشترک انجام دهد. در پژوهش [56] نیز یک روش جدید برای جاسازی شبکه‌ی خود ترجمه (STNE) طراحی شده است که دنباله‌ی محتوا را به دنباله‌ی موجودیت گره نگاشت می‌کند تا تشخیص انجمن را بهبود بخشد. این روش‌ها عملکرد معقولی در کشف انجمن‌ها داشته‌اند و برنامه‌های کاربردی ساده‌ای از یادگیری عمیق برای تشخیص انجمن هستند [57]، بدون آنکه ویژگی‌های شبکه مانند بی‌نظمی توپولوژی شبکه و ساختارهای شبکه‌ی پیچیده را در نظر بگیرند.

2-2-3. روش‌های مبتنی بر خودرمزگذار

رمزگذارهای خودکار [58] مدل‌های عصبی ساده اما مهمی هستند که داده‌های با ابعاد بالا (شبکه) را به نمایش‌هایی با ابعاد پایین تبدیل می‌کنند. رمزگذارهای خودکار، نمایش جدیدی از داده‌ها را در حالت خودرمزگذار با استفاده از اجزای رمزگذار و رمزگشا یاد می‌گیرد. آن‌ها همیشه دارای لایه‌های چندگانه‌ی مخفی و یک معماری متقارن هستند و خروجی یک لایه، ورودی لایه‌ی متوالی خود است.

اکثر روش‌های مبتنی بر خودرمزگذار مانند [59،60]، جاسازی‌های شبکه را به عنوان خروجی خود در نظر می‌گیرند مانند الگوریتم خوشه‌بندی K-means. مدل‌های خودرمزگذار به چهار نوع به نام‌های رمزگذارهای انباشته، پراکنده، متغیر و حذف نویز تقسیم می‌شوند. خودرمزگذار انباشته نوع اصلی رمزگذارهای خودکار است که از یک سری خودرمزگذارها تشکیل شده است و به عنوان بلوکی برای دیگر انواع رمزگذارهای خودکار استفاده می‌شود. وقتی یک مدل انباشته اهداف دیگری مانند حذف نویز و پراکندگی داشته باشد به عنوان خودرمزگذار پراکنده و خودرمزگذار حذف نویز دسته‌بندی می‌شود. در ادامه به بررسی این روش‌ها پرداخته شده است.

خودرمزگذارهای پشته‌ای

یکی از روش‌های انجمن‌یابی مبتنی بر یادگیری عمیق استفاده از مدل‌های یادگیری عمیق بدون نظارت مانند خودرمزگذارهای پشته‌ای است. این روش‌ها، ویژگی‌های شبکه را استخراج کرده و به کمک آن‌ها شبکه را به انجمن‌های مختلف تقسیم می‌کند. روش semi-DNR دنباله‌ای از خودرمزگذارها را برای تشکیل بازسازی عمیق غیرخطی از شبکه‌های ورودی، انباشه می‌کند و نیاز به لایه‌ای از رمزگذار که دارای عصب‌های کمتری نسبت به لایه‌ی قبلی است دارد تا ابعاد داده‌ها را کاهش دهد و برجسته‌ترین ویژگی‌های داده‌های ورودی را استخراج نماید. بر همین اساس، یک روش خودرمزگذار پشته‌ای و لایه‌ای در DeCom [61] ارائه شده است. DeCom برای مدیریت شبکه‌های بزرگ مناسب است و نیازی نیست تعداد جوامع با توجه به فرآیند یادگیری تطبیقی، از قبل تعریف شوند. جهت بهبود این روش، CDDTA [62] به طور موثر یادگیری انتقال و خودرمزگذار را ترکیب کرده است.

در ادامه این پژوهش‌ها، روش‌های AAGR [63] و DIR [64] نیز از خودرمز گذارهای پشته‌ای، برای ترکیب کردن اطلاعات توپولوژی و ویژگی‌ها استفاده کرده‌اند. در این روش‌ها، تعادل بین توپولوژی شبکه و ویژگی‌های گره به خوبی در نظر گرفته می‌شود. روش دیگری در این حوزه با نام NEC ارائه شده است که می‌تواند روی شبکه‌های دارای ویژگی و فاقد ویژگی عمل کند. NEC [65] از شبکه‌های کانولوشنال گرافی برای رمزگذاری و رمزگشایی استفاده می‌کند، بدین صورت که اطلاعات توپولوژی و ویژگی را به عنوان ورودی می‌گیرد اما فقط این اطلاعات را برای بازسازی ماتریس مجاورت انتخاب می‌کند تا مطمئن شود که این مدل هنوز می‌تواند بدون ویژگی‌های گره کار کند.

خودرمز گذارهای پراکنده

ذخیره‌سازی و پردازش شبکه‌های با مقیاس بزرگ به طور کلی دشوار است، لذا لازم است برای حل این مشکل، شبکه‌ها نمایش پراکنده‌ای داشته باشند. مسیر تحقیقاتی جدید، یافتن نمایش بهینه با اضافه کردن محدودیت پراکنده‌گی به خودرمز گذار، برای این منظور است. خودرمز گذار گرافی [66] روش منظم‌سازی صریحی را برای لایه‌ی پنهان معرفی می‌کند تا اندازه‌ی لایه‌ی پنهان را محدود سازد. DFuzzy [67] یک مدل خوشه بندی فازی موازی و مقیاس پذیر با خودرمز گذارهای پراکنده به عنوان بلوک‌های سازنده است. این مدل با استفاده از PageRank شخصی‌سازی شده یک رمزگشا را آموزش می‌دهد. PageRank شخصی‌سازی شده برای به دست آوردن رابطه بین گره‌های شبکه مؤثر است. علاوه بر این، CDMEC [68] یادگیری انتقال را با خودرمز گذار ترکیب می‌کند، که در آن از ماتریس ورودی A برای ایجاد چهار ماتریس شباهت شبکه‌های پیچیده استفاده می‌شود. CDMEC یک ماتریس را به عنوان دامنه‌ی اصلی و سه ماتریس دیگر را به عنوان دامنه‌ی هدف در نظر می‌گیرد تا نمایش‌های ویژگی کم بعد با محدودیت‌های چندگانه را به دست آورد.

خودرمز گذارهای حذف نویز

خودرمز گذار حذف نویز می‌تواند به ورودی‌های پرنویز اعمال شود تا نمایش گرهی را که در مقابل نویز مقاوم است را بگیرد. تمرکز اصلی این روش‌ها کاهش و حذف نویز است. MAGE [69] ابتدا یک شبکه‌ی کانولوشن را برای ادغام اطلاعات ساختاری و محتوایی به کار می‌گیرد و سپس به طور مکرر نویزهای تصادفی را به اطلاعات محتوایی در فرایند خودرمز گذاری اضافه می‌کند. در این روش، اطلاعات ساختاری و اطلاعات محتوایی در یک چارچوب یکپارچه ادغام می‌شوند و تعامل بین آنها، می‌تواند مورد تجزیه و تحلیل قرار گیرد. علاوه بر این در پژوهش دیگری [70]، مدل GRACE برای تعامل با شبکه‌های پویا پیشنهاد شده است. الگوریتم‌های بسیار کمی به مسئله انجمن‌یابی در شبکه‌های پویا پرداخته‌اند.

در انتها باید به این نکته اشاره شود که روش‌های مبتنی بر یادگیری عمیق، به عنوان یک ابزار قدرتمند در انجمن‌یابی همپوشان شبکه‌های چندلایه، قابلیت زیادی برای بهبود تحلیل داده‌های شبکه‌ای دارد. بیشتر روش‌هایی که اخیراً به کمک یادگیری عمیق به حل مسئله انجمن‌یابی شبکه‌های چندلایه پرداخته‌اند مبتنی بر شبکه‌های عصبی گراف هستند. به عنوان نمونه اخیراً روش‌های HCDBG [71]، GCFCM [72] و KCNN-HCD [73] مبتنی بر GNN و همچنین روش GCN مبتنی بر تعریف پایداری مارکوف [74] در این حوزه ارائه شده است. این پژوهش‌ها نشان می‌دهد، در سال‌های اخیر تشخیص انجمن با استفاده از تکنیک‌های یادگیری عمیق محبوبیت بیشتری داشته است [75، 76]. با توجه به پیشرفت‌های اخیر و نیاز به ابزارهای پیشرفته‌تر، توسعه‌ی تکنیک‌های یادگیری عمیق می‌تواند به شناسایی بهتر الگوها و گروه‌ها در شبکه‌های پیچیده کمک کند.

در بررسی روش‌های سنتی چند مسئله قابل توجه وجود دارد که در ادامه به آنها اشاره می‌شود. روش‌های غیرمستقیم نسبت به روش‌های مستقیم دارای معایب و مزایایی هستند. یک مشکل عمده روش‌های غیرمستقیم این است که عملاً این روش‌ها برای شبکه‌های چندلایه که شامل یال‌های میان لایه‌ای هستند مناسب نیستند و همچنین مشکل بزرگ دیگر این روش‌ها که باعث شده است پژوهشگران تمایل به روش‌های مستقیم پیدا کنند این است که در روش‌های غیرمستقیم امکان حفظ و بهره‌گیری از کلیه اطلاعات وجود ندارد. روش‌های مبتنی بر یادگیری عمیق نیز از نوع روش‌های مستقیم محسوب می‌شوند اما به دلیل اهمیت و تفاوتی که با دیگر روش‌ها داشته‌اند در یک دسته جدا مورد بررسی قرار گرفتند.

در روش‌های مستقیم با توجه به اینکه از اطلاعات کلیه لایه‌ها در الگوریتم استفاده می‌شود نتایج تفسیرپذیر خواهند بود. برخلاف روش‌های مستقیم در روش‌های مسطح‌سازی کلیه اطلاعات موجود در لایه‌ها خلاصه می‌شوند در یک لایه و دیگر امکان دسترسی به اطلاعات هر لایه وجود ندارد و در روش‌های ترکیبی نیز نتایج انجمن‌یابی روی هر لایه در انتها با کمک روش‌هایی مانند رأی‌گیری خلاصه می‌شوند و دیگر امکان دسترسی به اطلاعات اولیه هر لایه وجود ندارد. در میان روش‌های مستقیم روش‌های ماژولاریتی و سپس روش‌های با رویکرد احتمالاتی بیشترین تعداد را داشته‌اند. در رابطه با شبکه‌های جهت‌دار باید اشاره شود که شبکه‌های جهت‌دار پیچیدگی بیشتری نسبت به شبکه‌های بدون جهت دارند از این رو بسیاری از الگوریتم‌ها تنها قادر به انجمن‌یابی شبکه‌های بدون جهت هستند. یک چالش دیگر در انجمن‌یابی شبکه‌های پیچیده یافتن انجمن‌های همپوشان است. الگوریتم‌های معدودی این قابلیت را دارند.

4) بررسی چالش‌ها

در ادامه این پژوهش پس از بررسی دقیق الگوریتم‌های ارائه شده و شناخت نقاط قوت و ضعف هر یک از آنها، به بررسی چالش‌های اصلی این حوزه پرداخته می‌شود.

4-1. شبکه‌های جهت‌دار

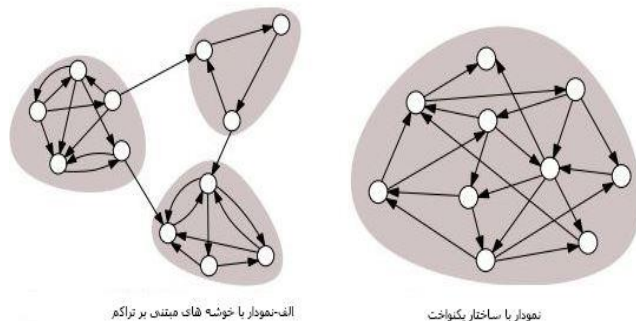
مسئله انجمن‌یابی در شبکه‌های جهت‌دار در مقایسه با شبکه‌های بدون جهت، کار چالش‌برانگیزی محسوب می‌شود. به طور معمول، یک گراف جهت‌دار توسط ماتریس‌های نامتقارن مانند ماتریس مجاورت، لاپلاسیان و دیگر ماتریس‌ها تعریف می‌شود، بنابراین تجزیه و تحلیل این ماتریس‌ها بسیار پیچیده است. در میان الگوریتم‌های انجمن‌یابی فقط چند روش می‌توانند به راحتی از حالت بدون جهت به حالت جهت‌دار گسترش داده شوند. در غیر این صورت، مسئله باید از ابتدا مدل‌سازی شود [77].

علاوه بر نکات فوق، تاکنون تعریف استاندارد و همگانی برای شبکه‌های چندلایه و چندرابطه‌ای و هم چنین شبکه‌های جهت‌دار ارائه نشده است. بنابراین تعریف ثابتی برای انجمن‌یابی شبکه‌های چندلایه نیز ارائه نشده است. این موضوع باعث شده است که الگوریتم‌ها، تنوع فراوانی داشته و در نتیجه تفاوت میان آنها نیز زیاد شود. تاکنون علیرغم ارائه الگوریتم‌های انجمن‌یابی مختص شبکه‌های چندرابطه‌ای، تعداد بسیار کمی از این الگوریتم‌ها، قابلیت یافتن انجمن‌های همپوشان را در یک شبکه چندرابطه‌ای جهت‌دار، داشته‌اند [78]. این مسئله می‌تواند نشان دهنده پیچیدگی زیاد در این نوع مسائل باشد. فقط چند روش را می‌توان به راحتی از غیرجهت‌دار به جهت‌دار تعمیم داد. در غیر این صورت، مسئله باید از ابتدا فرموله شود [79].

مشاهده‌ی مبتنی بر تراکم یال درون انجمنی و بین انجمنی، به دلیل عدم تقارن پیوند، نمی‌تواند به راحتی به حالت جهت‌دار گسترش یابد. یک انجمن در یک شبکه می‌تواند به عنوان مجموعه‌ای از گره‌ها در نظر گرفته شود که دارای ویژگی‌های مشترک یا مشابه هستند. در این تعریف عمومی، مفهوم شباهت در بین گره‌های یک شبکه جهت‌دار و ویژگی‌ها باید مشخص شوند. با تعیین این دو عنصر، ما می‌توانیم تمام مفاهیم انجمن‌یابی احتمالی را در شبکه‌های جهت‌دار توصیف کنیم. دو دسته‌بندی کلی برای انجمن‌ها در شبکه‌های جهت‌دار ارائه شده است [80].

(الف) انجمن‌های مبتنی بر تراکم، گروه‌هایی از گره‌ها که تعریف انجمن‌یابی سنتی را بر اساس مشخصات چگالی لبه دنبال می‌کنند. مفهوم انجمن‌یابی مبتنی بر تراکم کاملاً بر اساس توزیع و توپولوژی لبه‌های داخل شبکه است. همان‌طور که قبلاً ذکر کردیم، با توجه به این تعریف، یک انجمن در شبکه‌های جهت‌دار به عنوان گروهی از گره‌ها تعریف می‌شود که دارای لبه درون انجمنی بیشتری نسبت به لبه‌های بین انجمنی هستند. شکل ۱ (الف) نمونه‌ای از شبکه جهت‌دار را نشان می‌دهد که شامل سه انجمن مبتنی بر تراکم است. واضح است که تراکم لبه درون هر انجمن (در مناطق سایه‌دار) بسیار بیشتر از چگالی بین انجمن‌های مختلف است. از طرف دیگر، شکل ۱ (ب) یک شبکه همگن را با توزیع لبه یکنواخت را در بین گره‌ها ارائه می‌دهد. این شبکه فاقد یک ساختار است و بنابراین ساختار آشکار مبتنی بر تراکم وجود ندارد. بر اساس این تعریف، هدف یک الگوریتم انجمن‌یابی، نمودار اختصاص گره‌ها به انجمن‌ها، به حداکثر رساندن تعداد لبه‌های انجمن‌ها و درعین حال به حداقل رساندن لبه‌های بین انجمنی است.

(ب) انجمن‌های مبتنی بر الگو. پیش‌از این مفهوم انجمن‌های مبتنی بر تراکم که نوع اصلی ساختار انجمن‌یابی را در شبکه‌های جهت‌دار تشکیل می‌دهند، ارائه شد. در بعضی موارد، دو یا چند گره می‌توانند به یک انجمن تعلق داشته باشند حتی اگر مستقیماً توسط لبه‌های مشترک به هم متصل نشوند. ما از این دسته انجمن‌ها به عنوان انجمن‌های مبتنی بر الگو یاد می‌کنیم. اما برای درک این مسئله که کدام تعریف انجمن‌یابی را برای شبکه‌های جهت‌دار باید اتخاذ کرد به‌طور عمومی نمی‌توان پاسخ داد و باید ویژگی‌های مجموعه‌ی داده‌ی شبکه را در نظر گرفت.



الف-نمودار با خوشه‌های متراکم بر تراکم

ب-نمودار با ساختار یکنواخت

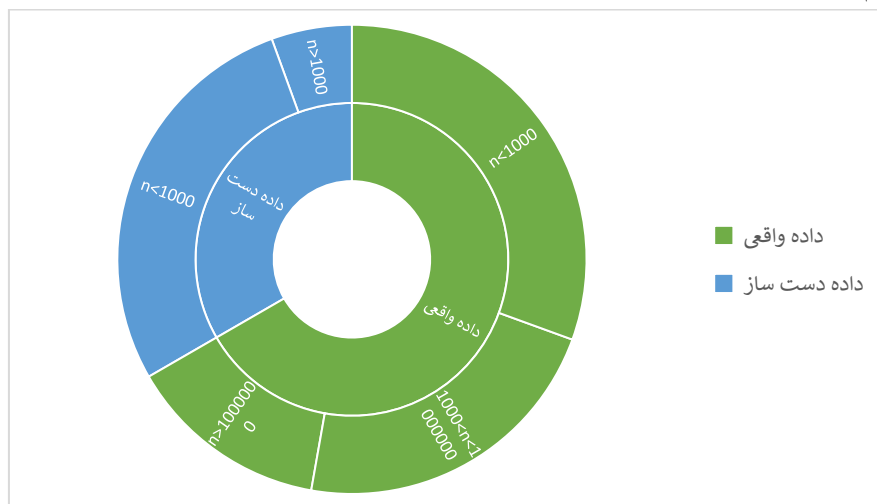
شکل ۱. انواع انجمن‌ها در شبکه‌های جهت‌دار [80].

4-2. حوزه داده

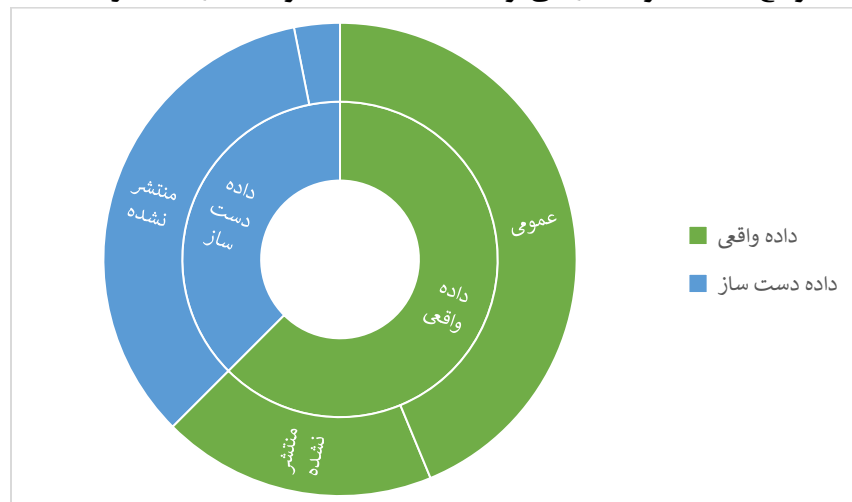
در حوزه شبکه‌های شبکه‌های چندرابطه‌ای مجموعه داده‌های مختلفی در اینترنت و در دسترس عموم محققان قرار گرفته است اما تعداد آنها بسیار کم است و همچنین نبود داده دست ساز (بنچ‌مارک) استاندارد و داده‌های برچسب‌دار، مشکل جدی محققان در این حوزه است. علاوه بر این، هر یک از الگوریتم‌ها بر روی یک مجموعه داده خاص مورد ارزیابی قرار گرفته‌اند که این امر، کار مقایسه بین روش‌ها را ناممکن می‌کند. اگر در این حوزه مجموعه داده‌های معینی جهت ارزیابی الگوریتم‌ها وجود

داشته باشد می توان به راحتی روش های جدید را با روش های قبلی، مقایسه نمود. به دلیل کمبود مجموعه داده، تاکنون مقایسه جامعی میان روش های ارائه شده انجام نشده است. یک مشکل دیگر در این حوزه وجود نویز و خطاهایی است که به طور معمول در داده ها وجود دارد. داده های جمع آوری شده از شبکه های انجمنی معمولاً دارای نقص و نویز هستند. این مشکل می تواند الگوریتم های انجمن یابی را تحت تأثیر قرار دهد.

به هر حال با توجه به مطالب بیان شده، داده های مورد استفاده در این حوزه را می توان به دو دسته داده های دست ساز و داده های واقعی تقسیم کرد. نتایج حاصل از بررسی داده های ۴۰ پژوهش در این حوزه، در نمودار ۳ و ۴ آمده است. نمودار ۳ توزیع هر یک از این داده ها را با توجه به واقعی بودن داده یا دست ساز بودن آن و همچنین با توجه به تعداد گره های شبکه شان می دهد. در نمودار ۴ نسبت مجموعه داده های منتشر شده به داده های خصوصی منتشر نشده را نشان داده است. همان طور که مشخص است اکثر داده های دست ساز در دسترس عموم قرار ندارد.



نمودار ۳. توزیع داده ها با توجه به واقعی بودن داده یا دست ساز بودن آن و تعداد گره های شبکه (n)



نمودار ۴. نسبت مجموعه داده های منتشر شده به داده های خصوصی منتشر نشده

4.3. تعیین میزان وابستگی لایه‌ها

جهت انجمن‌یابی در شبکه‌های چندلایه باید در ابتدا مشخص شود ساختار کدام لایه‌ها مرتبط و کدام غیر مرتبط هستند، زیرا اطلاعات وسیع در لایه‌ها ممکن است شواهد قویتری برای انجمن‌های واضح فراهم کند تا اینکه هر لایه به تنهایی مورد توجه قرار گیرد. اندازه‌گیری وابستگی لایه نیازمند تعریف وابستگی و یک روشی برای اندازه‌گیری آن است. با توجه به اهمیت این موضوع، الگوریتم‌های اندکی به این مسئله توجه کرده‌اند. هیچ یک الگوریتم‌های انجمن‌یابی ارائه شده تاکنون شاخصی را برای سنجش وابستگی لایه‌ها ارائه نکرده‌اند تا بتوان با استفاده از آن معیار، انجمن‌یابی را با کیفیت بالاتری تعیین نمود. در آینده محققان باید در این حوزه فعالیت جدی داشته باشند.

4.4. مقیاس‌پذیری

در عصر داده‌های بزرگ، مقدار اطلاعات در دسترس به سرعت در حال رشد می‌باشد. بنابراین، مقیاس‌پذیری زمان و حافظه محاسباتی مورد نیاز، به یک مسئله حیاتی تبدیل شده است. هر چند بسیاری از محققان در حال تلاش برای افزایش مقیاس‌پذیری هستند، بیشتر مطالعات بر روی الگوریتم‌های انجمن‌یابی با مجموعه داده‌های نسبتاً کوچک به دلیل مقیاس‌پذیری رضایتبخش، در حال انجام است. یکی از راه‌حل‌های عملی، اجرای نسخه‌های موازی و توزیع شده یک الگوریتم انجمن‌یابی است. در این جهت، نیاز شدیدی به چارچوب‌ها، الگوریتم‌ها و مدل‌های جدید یادگیری عمیق است که از نظر دقت و سرعت از معیارهای فعلی فراتر روند [81].

4.5. شبکه‌های پویا

ساختار پویا و ویژگی‌های معنایی وابسته به زمان به معنای گره‌ها و لبه‌هایی است که ممکن است با گذشت زمان اضافه یا حذف شوند. این امر، ساختارهای انجمن را تغییر می‌دهد [82، 83]. بر همین اساس، لازم است روش‌های یادگیری عمیق بتوانند تحولات شبکه را به سرعت به دست آورند تا تغییرات انجمن را کشف نمایند. هر چند بسیاری از محققان روی این مشکل برای گراف‌های تک‌لایه مطالعه کرده‌اند، کارهای محدودی برای گراف‌های چندلایه انجام شده است. پیچیدگی مدل‌سازی تکامل در گراف‌های چندلایه بشدت بالا است؛ چرا که شبکه‌های چندلایه، شامل لایه‌ها و ارتباطات بین لایه‌ای متعدد می‌باشند. با توجه به این مسئله ضروری است هر دو روش یادگیری عمیق و تشخیص انجمن، در این راستا پیشرفت کنند.

4.6. عدم تعادل داده‌ها

در بسیاری از شبکه‌های چندلایه، توزیع داده‌ها ممکن است نامتعادل باشد به عبارت دیگر در شبکه‌های چندلایه تراکم لایه‌ها معمولاً متفاوت است. به عنوان مثال، یک لایه ممکن است دارای گره‌های بیشتری باشد در حالی که لایه دیگر تعداد کمتری از گره‌ها را شامل می‌شود. این عدم تعادل می‌تواند باعث بروز چالش‌هایی در شناسایی انجمن‌ها شود. تاکنون در این حوزه با بررسی‌های انجام شده پژوهش‌های قابل توجهی انجام نشده است.

4.7. حوزه ارزیابی

همزمان با توسعه و پیشرفت الگوریتم‌های انجمن‌یابی، معیارهای ارزیابی استاندارد در این حوزه ارائه نشده است. یک نیاز شدید در این حوزه، ارائه روش‌های ارزیابی استاندارد است که توانایی ارزیابی انجمن‌های کشف شده در شبکه چندلایه را داشته باشد. اغلب معیارهای ارزیابی که تاکنون ارائه شده‌اند، توسعه‌های ناقصی از معیارهای ارزیابی روش‌های تک‌لایه هستند

و همچنان نیاز به یک تابع کیفیت مناسب است که بتواند ارتباطات میان لایه‌ای را نیز بطور کامل پوشش دهد. این معیارها غالباً در حیطه داده کاوی، یادگیری ماشین، جبرخطی، روش‌های ریاضی و آماری قرار دارند. همچنین برخی از مقالات معیارهای جدیدی را معرفی کرده‌اند. در داده‌های آزمون مانند داده‌های دست ساز (بنچ مارک) یا داده‌های برچسب‌دار که انجمن‌های مربوط به داده‌ها مشخص است؛ جهت ارزیابی الگوریتم، نتایج انجمن‌یابی حاصل از الگوریتم با نتایج واقعی مقایسه شده و میزان شباهت آنها محاسبه می‌شود. در این دسته از مسائل، معیارهای ارزیابی از روش‌های داده کاوی، یادگیری ماشین، استخراج اطلاعات، ریاضی و یا آمار مشتق شده‌اند [84، 85]. در جدول ۱ این دسته از معیارها به اختصار با علامت SP نشان داده شده است. دسته دوم، روش‌های ارزیابی هستند که اصولاً داده‌های آزمایشی آن‌ها دارای انجمن‌های از پیش مشخص شده نیستند. برای ارزیابی این نوع داده‌ها باید از معیارهای سنجش کیفیت استفاده کرد تا کیفیت انجمن‌های محاسبه شده سنجیده شود. این معیارها در واقع توسعه یافته معیارهای سنجش کیفیت در مسائل خوشه بندی هستند. [86، 87] در جدول ۱ این دسته از معیارها به اختصار با علامت QF نشان داده شده است. در مقاله [88] برای اولین بار چند معیار ارزیابی مختص شبکه‌های چند رابطه‌ای ارائه شده است.

4-8. شناسایی همپوشانی

همپوشانی شبکه [89] را می‌توان به عنوان یک پدیده تفسیر کرد که در آن گره‌ها، به چند انجمن، تعلق دارند. تشخیص همپوشانی‌ها در میان لایه‌ها نیاز به الگوریتم‌های خاصی دارد که بتوانند ارتباطات میان لایه‌ها را به خوبی درک کنند. در برخی موارد، همپوشانی‌ها ممکن است به صورت پنهان وجود داشته باشند و شناسایی آن‌ها به سادگی امکان‌پذیر نباشد. مدل‌های یادگیری عمیق می‌توانند به شناسایی الگوهای همپوشانی کمک کنند، اما هنوز نیاز به تحقیقات بیشتری برای بهبود دقت و کارایی آن‌ها وجود دارد. انتظار می‌رود رویکردهای یادگیری عمیقی که از هتروفریلی شبکه استفاده می‌کنند عملکرد تشخیص انجمن بهتری داشته باشند [73].

4-9. شبکه‌های ناقص از نظر معماری

روابط در سناریوهای دنیای واقعی همیشه در دسترس نیستند. این امر منجر به نقص معماری شبکه زیرگراف‌های ایزوله می‌شود [90]. به عنوان مثال شبکه‌های PPI معمولاً ناقص هستند، زیرا نظارت بر تمامی تعاملات پروتئین به پروتئین گران‌قیمت است [91]. در این مورد کسب دانش معنادار انجمن‌ها از اطلاعات معماری محدود بسیار مهم است. لازمه داشتن معماری کامل شبکه کاربرد روش‌های تشخیص انجمن را کاهش می‌دهد؛ به ویژه آن‌هایی که مبتنی بر تراکم همسایگی هستند. بدین منظور، روش‌های یادگیری عمیق باید بیشتر با مکانیزم‌های ارزیابی اطلاعات توسعه یابند تا به تشخیص انجمن دقیقی دست یابند.

4-10. شبکه‌های امضاشده

آنچه محققان این روزها بیشتر بر آن تأکید می‌کنند، آن است که اتصالات موجود تنها ارتباطات مثبت را منعکس نمی‌کنند [92، 93]. به طور کلی دوستی نشان‌دهنده‌ی احساسات مثبت مانند حمایت^۱ است، در حالی‌که دشمنی‌ها با نگرش‌های منفی مانند انتقاد^۲ همراه هستند. این تمایزات بر لبه‌های امضاشده در شبکه‌های امضاشده منعکس شده‌اند [94]. از آنجایی‌که

1 Support
2 dislike

اثرات مثبت و منفی روابط متفاوت است، روش‌های تشخیص انجمن موجود که بر روی شبکه‌های امضانشده کار می‌کنند برای شبکه‌های امضانشده قابل اجرا نیستند. چالش اصلی تشخیص انجمن‌ها در شبکه‌های امضانشده، در تطبیق روابط منفی است. یادگیری عمیق باید به گونه‌ای به کار گرفته شود که هر دو رابطه را نمایش دهد. روابط منفی، دانش انجمن متمایزی را در یادگیری جاسازی‌های شبکه‌ی امضانشده عرضه می‌کنند [95]. آنچه مورد نیاز است روش‌های کپی کردن با لبه‌های امضانشده و همچنین روش‌هایی است که می‌تواند به طور خودکار اطلاعات مثبت و منفی لبه‌ها را شناسایی کند.

(5) نتیجه‌گیری

در این پژوهش پس از بیان مسئله و تعریف مفهوم انجمن‌یابی و شبکه‌های چندلایه، مروری بر الگوریتم‌های انجمن‌یابی شبکه‌های چندلایه انجام شد و سپس با بررسی الگوریتم‌ها از جنبه‌های مختلف، ۱۰ چالش اساسی در این حوزه شناسایی و مورد بررسی قرار گرفت. از جمله چالش‌های اساسی در این حوزه کمبود الگوریتم‌هایی با قابلیت شناسایی انجمن‌های هم‌پوشان بر شبکه‌های چندلایه جهت‌دار و همچنین کمبود داده استاندارد عمومی، جهت ارزیابی روش‌ها و مقایسه آنها با یکدیگر، بوده است. انجمن‌یابی همپوشان در شبکه‌های چندلایه جهت‌دار با چالش‌های متعددی روبرو است که نیازمند تحقیق و توسعه روش‌های نوین، است.

مسئله دیگری که در حوزه انجمن‌یابی شبکه‌های چندلایه نیاز به مطالعه و پژوهش دارد، نیاز اساسی به تعریف رسمی و دقیق از مسئله انجمن‌یابی گراف و مسئله شناسایی انجمن در شبکه‌های جهت‌دار است. علاوه بر موارد اشاره شده، بهینه‌سازی مدل‌ها و درک بهتر از تعاملات بین لایه‌ها از جمله مواردی است که در نظر گرفتن آنها کیفیت انجمن‌ها را بهبود قابل توجهی خواهد داد. به عنوان نکته پایانی همان‌طور که در بخش ۲-۳ اشاره شد، بررسی پژوهش‌های اخیر نشان داده است، استفاده از فناوری‌های پیشرفته مانند یادگیری عمیق، در بهبود نتایج این حوزه بسیار تأثیرگذار خواهد بود.

- [1] J. Wu, S. Pan, X. Zhu, C. Zhang, and S. Y. Philip, (2018). "Multiple structure-view learning for graph classification," *IEEE Trans. Neural Netw. Learn. Syst.*, vol. 29, no. 7, pp. 3236–3251. <https://doi.org/10.1109/TNNLS.2017.2703832>
- [2] Mikko Kivela, Alex Arenas, Marc Barthelemy, James P Gleeson, Yamir Moreno, and Mason A Porter. (2014). Multilayer networks. *Journal of complex networks*, 2(3):203-271. <https://doi.org/10.1093/comnet/cnu016>
- [3] Andrea Tagarelli, Alessia Amelio, and Francesco Gullo. (2017). Ensemble-based community detection in multilayer networks. *Data Mining and Knowledge Discovery*, 31(5): 1506-1543. <https://doi.org/10.1007/s10618-017-0528-8>.
- [4] MA. Rodriguez and J. Shinavier. (2010). "Exposing multi-relational networks to single-relational network analysis algorithms," *Journal of Informetrics*. vol.4, no.1, pp.29-41. <https://doi.org/10.1016/j.joi.2009.06.004>
- [5] A. A. Amini, A.Chen, P. J. Bickel, and E. Levina, (2013). "Pseudo-likelihood methods for community detection in large sparse networks," *Ann. Statist.*, vol. 41, no. 4, pp. 2097-2122. <https://doi.org/10.1016/j.patcog.2024.110487>.
- [6] S.C.de Lange, M.A. de Reus, and M.P. (2014). van den Heuvel, "The Laplacian spectrum of neural networks," *Front. Comput. Neurosci.*, vol. 7. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-407908-3.00007-8>.
- [7] P. W. Holland, K. B. Laskey, and S. Leinhardt, (1983). "Stochastic blockmodels: First steps," *Soc. Networks*, vol. 5, pp. 109–137. [https://doi.org/10.1016/0378-8733\(87\)90015-3](https://doi.org/10.1016/0378-8733(87)90015-3)
- [8] E. M. Airoidi, D. M. Blei, S. E. Fienberg, and E. P. Xing, (2008). "Mixed membership stochastic blockmodels," *J.Mach.Learn.Res.*, vol. 9, no. 65, pp. 1981–2014. <https://doi.org/10.1016/j.jmva.2019.104540>
- [9] H. Xu, W. Xia, Q. Gao, J. Han, and X. Gao, (2021). "Graph embedding clustering: Graph attention auto-encoder with cluster-specificity distribution," *Neural New.*, vol. 142, pp. 221–230. <https://doi.org/10.3390/math12050697>
- [10] J. Cheng, Q. Wang, Z. Tao, D. Xie, and Q. Gao, (2020). "Multi-view attribute graph convolution networks for clustering," in *Proc. IJCAI*, pp. 2973–2979. <https://doi.org/10.1049/cvi2.12299>
- [11] W. Xia, Q. Wang, Q. Gao, X. Zhang, and X. Gao, (2021). "Self-supervised graph convolutional network for multi-view clustering," *IEEE Trans. Multimedia*, early access. <https://doi.org/10.1016/j.neucom.2021.07.090>
- [12] F. D. Malliaros and M. Vazirgiannis, (2013). "Clustering and community detection in directed networks: A survey," *Phys. Rep.-Rev. Sec. Phys. Lett.*, vol. 533, no. 4, pp.95-142. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2024.130036>
- [13] L. Tang, X. Wang and H. Liu, (2012). "Community detection via heterogeneous interaction analysis," *Data mining and knowledge discovery*, vol. 25, no. 1, pp.1-33. DOI:[10.1007/s10618-020-00716-6](https://doi.org/10.1007/s10618-020-00716-6)
- [14] B. Boden, S. Günnemann, H. Hoffmann and T. Seidl, editors, (2012). "Mining coherent subgraphs in multi-layer graphs with edge labels," *In Proceedings of the 18th ACM SIGKDD international conference on Knowledge discovery and data mining (KDD '12)*. Association for Computing Machinery, New York, NY, USA. pp. 1258–1266. <https://doi.org/10.1007/s10618-014-0365-y>
- [15] A. Tagarelli, A. Amelio and F. Gullo. (2017). "Ensemble-based community detection in multilayer networks," *Data Mining and Knowledge Discovery*, vol. 31, no. 5, pp. 1506-1543. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2022.11.002>
- [16] D. Cai, Z. Shao, X. He, X. Yan and J. Han, (2005). "Community mining from multi-relational networks," *Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)*. pp. 445-452. <https://doi.org/10.1007/11564126-44>.
- [17] G. Braun, H. Tyagi, C. Biernacki and editors, (2021). "Clustering multilayer graphs with missing nodes," *International Conference on Artificial Intelligence and Statistics*, PMLR 130, pp. 2260-2268. <https://doi.org/10.1007/s10618-012-0272-z>
- [18] MA. Rodriguez and J. Shinavier, (2010). "Exposing multi-relational networks to single-relational network analysis algorithms," *Journal of Informetrics*. vol.4, no.1, pp.29-41. <https://doi.org/10.1016/j.joi.2009.06.004>
- [19] L. Tang, X. Wang and H. Liu, (2012). "Community detection via heterogeneous interaction analysis," *Data mining and knowledge discovery*, vol. 25, no. 1, pp. 1-33. DOI:[10.1007/s10618-020-00716-6](https://doi.org/10.1007/s10618-020-00716-6)
- [20] X. Liu, W. Liu, T. Murata and K. Wakita, (2014). "A framework for community detection in heterogeneous multi-relational networks," *Advances in Complex Systems*, vol.17, no. 6, pp. 145-148. DOI:[10.1016/j.procs.2019.09.184](https://doi.org/10.1016/j.procs.2019.09.184)
- [21] S. Pramanik, R. Tackx, A. Navelkar, J-L. Guillaume and B. Mitra, (2017). "Discovering community structure in multilayer networks." *2017 IEEE International Conference on Data Science and Advanced Analytics(DSAA)*, IEEE, pp. 611–620. DOI:[10.3390/sym15071368](https://doi.org/10.3390/sym15071368)
- [22] A. Amelio, C. Pizzuti and editors, (2014). "Community detection in multidimensional networks," *In International Conference on Parallel Problem Solving from Nature*, Springer, pp. 222–232. DOI:[10.1109/ICTAI.2014.60](https://doi.org/10.1109/ICTAI.2014.60)

- [23] FR. Khawaja, J. Sheng, B. Wang and Y. Memon, (2021). “Uncovering Hidden Community Structure in Multi-Layer Networks,” *Applied Sciences*, vol.11, no.6, pp. 28-57. DOI:[10.3390/app11062857](https://doi.org/10.3390/app11062857)
- [24] W. Tang, Z. Lu, IS. Dhillon, editors, (2009). “Clustering with multiple graphs”, 2009 *Ninth IEEE International Conference on Data Mining*, pp. 1016–1021. <https://doi.org/10.1007/s10844-014-0307-6>
- [25] L. Tang, X. Wang, H. Liu, editors, (2009). “Uncovering groups via heterogeneous interaction analysis”, 2009 *Ninth IEEE International Conference on Data Mining*, pp. 503-512. <https://doi.org/10.1007/s11257-023-09359-w>
- [26] X. Dong, P. Frossard, P. Vandergheynst and N. Nefedov, (2012). “Clustering with multi-layer graphs: A spectral perspective,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol.60, no. 11, pp.5820-5831. <https://doi.org/10.1109/TSP.2012.2212886>
- [27] A. Trokicić and B. Todorović, (2019). “Constrained spectral clustering via multi-layer graph embeddings on a Grassmann manifold,” *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, vol. 29, no. 1, pp.125-137. DOI:[10.2478/amcs-2019-0010](https://doi.org/10.2478/amcs-2019-0010)
- [28] Al-Sharoua, E. M., & Aviyente, S. (2022). Community detection in fully-connected multi-layer networks through joint nonnegative matrix factorization. *IEEE Access*, 10, 43022-43043, DOI: 10.1109/ACCESS.2022.3168659
- [29] T. Valles-Catala, FA. Massucci, R. Guimera and M. Sales-Pardo, (2016). “Multilayer stochastic block models reveal the multilayer structure of complex networks,” *Physical Review*, vol.6, no. 1, pp. 2546-2580. <https://doi.org/10.1103/PhysRevX.6.011036>.
- [30] H. T. Ali, S. Liu, Y. Yilmaz, R. Couillet, I. Rajapakse and A. Hero, (2019). “Latent heterogeneous multilayer community detection,” *In ICASSP 2019-2019 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, IEEE, pp. 8142–8146. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1806.07963>
- [31] D. Zhou, CJ. Burges and editors, (2007). “Spectral clustering and transductive learning with multiple views,” *In Proceedings of the 24th international conference on Machine learning*, pp. 1159–1166. <https://doi.org/10.1145/1273496.1273642>
- [32] X. Li, G. Xu and M. Tang, (2018). “Community detection for multi-layer social network based on local random walk,” *Journal of Visual Communication and Image Representation*, vol. 57, pp. 91-98. <https://doi.org/10.1016/j.jvcir.2018.10.003>
- [33] Lei, J., Chen, K., & Lynch, B. (2020). Consistent community detection in multi-layer network data. *Biometrika*, 107(1), 61-73. <https://doi.org/10.1093/biomet/asz068>
- [34] M. Contisciani, EA. Power and C. De Bacco, (2020). “Community detection with node attributes in multilayer networks,” *Scientific reports*, vol. 10, no. 1, pp. 1-16. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2004.09160>
- [35] D. Luo, Y. Bian, Y. Yan, X. Liu, J. Huan, X. Zhang and editors, (2020). “Local community detection in multiple networks,” *Proceedings of the 26th ACM SIGKDD international conference on knowledge discovery & data mining, Association for Computing Machinery*, New York, NY, USA, pp. 266–274. <https://doi.org/10.1145/3644078>
- [36] Qing, H. (2024). Community detection in multi-layer bipartite networks. arXiv preprint arXiv:2405.04711. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2405.04711>
- [37] Zhen, Y., Xu, S., & Wang, J. (2024). Consistent community detection in multi-layer networks with heterogeneous differential privacy. arXiv preprint arXiv:2406.14772. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2406.14772>
- [38] Qing, H. (2024). Discovering overlapping communities in multi-layer directed networks. arXiv preprint arXiv:2407.16152. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2407.16152>
- [39] Al-sharoua, E., & Aviyente, S. (2023). A Unified Spectral Clustering Approach for Detecting Community Structure in Multilayer Networks. *Symmetry*, 15(7), 1368. <https://doi.org/10.3390/sym15071368>
- [40] P. Bródka, T. Filipowski, P. Kazienko and editors, (2011). “An introduction to community detection in multi-layered social network,” *In World Summit on Knowledge Society*, Springer, pp. 185–190. DOI:[10.1007/978-3-642-35879-1_23](https://doi.org/10.1007/978-3-642-35879-1_23)
- [41] M. Hmimida and R. Kanawati, (2015). “Community detection in multiplex networks: A seed-centric approach,” *Networks & Heterogeneous Media*, vol. 10, no. 1, pp. 71-85. DOI:[10.3934/nhm.2015.10.71](https://doi.org/10.3934/nhm.2015.10.71)
- [42] MR. Shahmoradi, M. Ebrahimi, Z. Heshmati and M. Salehi, (2019). “Multilayer overlapping community detection using multi-objective optimization,” *Future Generation Computer Systems*, vol. 101, pp. 221-235. <https://doi.org/10.1016/j.future.2019.05.061>
- [43] C. Wang, S. Pan, G. Long, X. Zhu, and J. Jiang, (2017). “MGAE: marginalized graph autoencoder for graph clustering,” in *Proceedings of CIKM*, pp. 889–898. <https://doi.org/10.1145/3132847.3132967>
- [44] B. Sun, H. Shen, J. Gao, W. Ouyang, and X. Cheng, (2017). “A non-negative symmetric encoder-decoder approach for community detection,” in *Proceedings of CIKM*, pp. 597–606. <https://doi.org/10.1145/3132847.3132902>

- [45] Y. Jia, Q. Zhang, W. Zhang, and X. Wang, (2019). “Community Gan: Community detection with generative adversarial nets,” in Proceedings of WWW, pp. 784-794. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1901.06631>
- [46] Y. Zhang, Y. Xiong, Y. Ye, T. Liu, W. Wang, Y. Zhu, and P. S. Yu, (2020). “SEAL: learning heuristics for community detection with generative adversarial networks,” in Proceedings of SIGKDD, pp. 1103-1113. <https://doi.org/10.1145/3394486.3403154>
- [47] P. W. Holland, K. B. Laskey, and S. Leinhardt, (1983). “Stochastic block-models: First steps,” *Soc. Networks*, vol. 5, no.2, pp. 109-137. [https://doi.org/10.1016/0378-8733\(83\)90021-7](https://doi.org/10.1016/0378-8733(83)90021-7)
- [48] E. M. Airoldi, D. M. Blei, S. E. Fienberg, and E. P. Xing, (2008). “Mixed membership stochastic block models,” *J. Mach. Learn. Res.*, vol. 9, pp. 1981-2014. <https://doi.org/10.1145/3539618.3591675>
- [49] B. Karrer and M. E. J. Newman, (2011). “Stochastic blockmodels and community structure in networks,” *Phys. Rev. E*, vol. 83, no. 1. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.83.016107>
- [50] A. A. Amini, A. Chen, P. J. Bickel, and E. Levina, (2013). “Pseudo-likelihood methods for community detection in large sparse networks,” *Ann. Statist.*, vol. 41, no. 4, pp. 2097-2122. <https://doi.org/10.1214/13-AOS1138>
- [51] P. W. Holland, K. B. Laskey, and S. Leinhardt, (1983). “Stochastic blockmodels: First steps,” *Soc. Networks*, vol. 5, pp. 109–137. [https://doi.org/10.1016/0378-8733\(83\)90021-7](https://doi.org/10.1016/0378-8733(83)90021-7)
- [52] D. Jin, C. Huo, C. Liang, and L. Yang, (2021). “Heterogeneous graph neural network via attribute completion,” in Proceedings of WWW, pp. 391-400. <https://doi.org/10.1145/3442381.3449914>
- [53] G. Sperl, (2019). “A deep learning based community detection approach,” in Proceedings of SAC, pp. 1107-1110. <https://doi.org/10.1145/3297280.3297574>
- [54] F. Sun, M. Qu, J. Hoffmann, C. Huang, and J. Tang, (2019). “v Graph: A generative model for joint community detection and node representation learning,” in Proceedings of NeurIPS, pp. 512-522. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1906.07159>
- [55] S. Cavallari, V. W. Zheng, H. Cai, K. C. Chang, and E. Cambria, (2017). “Learning community embedding with community detection and node embedding on graphs,” in Proceedings of CIKM, pp. 377-386. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2021.04.226>
- [56] Z. He, J. Liu, Y. Zeng, L. Wei, and Y. Huang, (2021). “Content to node: Self-translation network embedding,” *IEEE Trans. Knowl. Data Eng.*, vol. 33, no. 2, pp. 431-443. <https://doi.org/10.1109/TKDE.2019.2932388>
- [57] M. K. Rahman and A. Azad, (2019). “Evaluating the community structures from network images using neural networks,” in Proceedings of Complex Networks and Their Applications, vol. 881, pp. 866-878. DOI:10.1007/978-3-030-36687-2_72
- [58] Qing, H. (2024). Community detection in multi-layer bipartite networks. arXiv preprint arXiv: 2405.04711. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2405.04711>.
- [59] L. Yang, X. Cao, D. He, C. Wang, X. Wang, and W. Zhang, (2016). “Modularity based community detection with deep learning,” in Proceedings of IJCAI, pp. 2252–2258. DOI:10.3390/app112311447
- [60] J. Cao, D. Jin, and J. Dang, (2018). “Autoencoder based community detection with adaptive integration of network topology and node contents,” in Proceedings of KSEM, vol. 11062, pp. 184–196. DOI:10.1007/978-3-319-99247-1_16
- [61] V. Bhatia and R. Rani, (2019). “A distributed overlapping community detection model for large graphs using autoencoder,” *Future Gener. Compute. Syst.*, vol. 94, pp. 16–26. <https://doi.org/10.1016/j.future.2018.10.045>
- [62] Y. Xie, X. Wang, D. Jiang, and R. Xu, (2019). “High-performance community detection in social networks using a deep transitive autoencoder,” *Inf. Sci.*, vol. 493, pp. 75–90. DOI:10.1016/j.ins.2019.04.018
- [63] J. Cao, D. Jin, and J. Dang, (2018). “Autoencoder based community detection with adaptive integration of network topology and node contents,” in Proceedings of KSEM, vol. 11062, pp. 184–196. DOI:10.1007/978-3-319-99247-1_16
- [64] J. Di, G. Meng, L. Zhixuan, L. Wenhuan, H. Dongxiao, and F. Fogelman-Soulie, (2017). “Using deep learning for community discovery in social networks,” in Proceedings of ICTAI, pp. 160–167. DOI:10.1109/ICTAI.2017.00035
- [65] H. Sun, F. He, J. Huang, Y. Sun, Y. Li, C. Wang, L. He, Z. Sun, and X. Jia, (2020). “Network embedding for community detection in attributed networks,” *ACM Trans. Knowl. Discov. Data*, vol. 14, no. 3, pp. 1–25. <https://doi.org/10.1145/3385415>
- [66] F. Tian, B. Gao, Q. Cui, E. Chen, and T. Liu, (2014). “Learning deep representations for graph clustering,” in Proceedings of AAAI, pp. 1293–1299. DOI:10.1609/aaai.v28i1.8916
- [67] V. Bhatia and R. Rani, (2018). “Dfuzzy: a deep learning-based fuzzy clustering model for large graphs,” *Knowl. Inf. Syst.*, vol. 57, no. 1, pp. 159–181. <https://doi.org/10.1007/s10115-018-1156-3>

- [68] R. Xu, Y. Che, X. Wang, J. Hu, and Y. Xie, (2020). “Stacked autoencoder-based community detection method via an ensemble clustering framework,” *Inf. Sci.*, vol. 526, pp. 151–165. <https://doi.org/10.1007/s11227-022-04767-y>
- [69] C. Wang, S. Pan, G. Long, X. Zhu, and J. Jiang, (2017). “MGAE: marginal-ized graph autoencoder for graph clustering,” in *Proceedings of CIKM*, pp. 889–898. <https://doi.org/10.1145/3132847.3132967>
- [70] C. Yang, M. Liu, Z. Wang, L. Liu, and J. Han, (2017). “Graph clustering with dynamic embedding.,” *arXiv*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1712.08249>.
- [71] Wu, Y., Fu, Y., Xu, J., Yin, H., Zhou, Q., & Liu, D. (2023). Heterogeneous question answering community detection based on graph neural network. *Information Sciences*, 621, 652-671. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2022.10.126>
- [72] Cai, X., & Wang, B. (2023). A graph convolutional fusion model for community detection in multiplex networks. *Data Mining and Knowledge Discovery*, 37(4), 1518-1547. <https://doi.org/10.1007/s10618-023-00932-w>
- [73] Liu, X., Wu, Y., Fiumara, G., & De Meo, P. (2024). Heterogeneous graph community detection method based on K-nearest neighbor graph neural network. *Intelligent Data Analysis*, (Preprint), 1-22. <https://doi.org/10.3233/IDA-230356>
- [74] Yuan, Shunjie., Zeng, Hefeng., Zuo, Ziyang., (2023). Wang, Chao., "Overlapping community detection on complex networks with Graph Convolutional Networks". <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0140366422004583>. <https://doi.org/10.1016/j.comcom.2022.12.008>
- [75] Kumar, S., Mallik, A. & Sengar, S.S. Community detection in complex networks using stacked autoencoders and crow search algorithm. *J Supercomput* 79, 3329–3356 (2023). <https://doi.org/10.1007/s11227-022-04767-y>
- [76] D. He, L. Zhai, Z. Li, D. Jin, L. Yang, Y. Huang, and P. S. Yu, (2020). “Ad-versarial mutual information learning for network embedding,” in *Proceedings of IJCAI*, pp. 3321-3327. <https://doi.org/10.24963/ijcai.2020/459>
- [77] S. Fortunato, (2010). “Community detection in graphs,” *Physics reports*, vol.486, no. 3-5, pp. 75-174. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2009.11.002>
- [78] Molnár, B., Márton, IB., Horvát, S. et al. Community detection in directed weighted networks using Voronoi partitioning. *Sci Rep* 14, 8124 (2024). <https://doi.org/10.1038/s41598-024-58624-4>
- [79] H. Kautz, B. Selman and M. Shah, (1997). “Referral Web: combining social networks and collaborative filtering,” *Communications of the ACM*, vol. 40, no. 3, pp. 63-65. DOI:[10.1145/245108.245123](https://doi.org/10.1145/245108.245123)
- [80] FD. Malliaros and M. Vazirgiannis, (2013). “Clustering and community detection in directed networks: A survey,” *Physics reports*, vol. 533, no. 4, pp. 95-142. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2013.08.002>
- [81] S. Pan, R. Hu, G. Long, J. Jiang, L. Yao, and C. Zhang, (2018). “Adversarially regularized graph autoencoder for graph embedding,” in *Proc. IJCAI*, pp. 2609–2615. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1802.04407>
- [82] R. Rossi and N. Ahmed, (2015). “The network data repository with inter-active graph analytics and visualization,” in *Proc. AAAI*, pp. 4292–4293. <https://doi.org/10.1609/aaai.v29i1.9277>
- [83] R. Mastrandrea, J. Fournet, and A. Barrat, (2015). “Contact patterns in a high school: A comparison between data collected using wearable sensors, contact diaries and friendship surveys,” *PLoS ONE*, vol. 10, no. 9, Art. no. e0136497. DOI:[10.1371/journal.pone.0136497](https://doi.org/10.1371/journal.pone.0136497)
- [84] S. Pramanik, R. Tackx, A. Navelkar, J-L. Guillaume and B. Mitra, (2017). “Discovering community structure in multilayer networks.” *2017 IEEE International Conference on Data Science and Advanced Analytics(DSAA)*, IEEE, pp. 611–620. DOI:[10.1109/DSAA.2017.71](https://doi.org/10.1109/DSAA.2017.71)
- [85] A. Amelio, C. Pizzuti and editors, (2014). “Community detection in multidimensional networks,” *In International Conference on Parallel Problem Solving from Nature*, Springer, pp. 222–232. DOI:[10.1109/ICTAI.2014.60](https://doi.org/10.1109/ICTAI.2014.60)
- [86] M. Hmimida and R. Kanawati, (2015). “Community detection in multiplex networks: A seed-centric approach,” *Networks & Heterogeneous Media*, vol. 10, no. 1, pp. 71-85. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2020.113184>
- [87] A. Tagarelli, A. Amelio and F. Gullo, (2017). “Ensemble-based community detection in multilayer networks,” *Data Mining and Knowledge Discovery*, vol. 31, no. 5, pp. 1506-1543. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2022.11.002>
- [88] Roozbahani, Z., Rezaeenour, J., & Katanforoush, A. (2023). Community detection in multi-relational directional networks. *Journal of Computational Science*, 67. <https://doi.org/10.1016/j.jocs.2023.101962>
- [89] J. Zhu, Y. Yan, L. Zhao, M. Heimann, L. Akoglu, and D. Koutra, (2020). “Beyond homophily in graph neural networks: Current limitations and effective designs,” in *Proc. NIPS*. <https://doi.org/10.1016/j.spasta.2024.100822>
- [90] X. Xin, C. Wang, X. Ying, and B. Wang, (2017). “Deep community detection in topologically incomplete networks,” *Physica A*, vol. 469, pp. 342–352. <https://doi.org/10.1016/j.jksuci.2024.102008>
- [91] R. Mastrandrea, J. Fournet, and A. Barrat, (2015). “Contact patterns in a high school: A comparison between data collected using wearable sensors, contact diaries and friendship surveys,” *PLoS ONE*, vol. 10, no. 9, Art. no. e0136497. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2023.10.274>

- [92] P. Massa and P. Avesani, (2005). “Controversial users demand local trust metrics: An experimental study on Epinions. com community,” in Proc. AAAI, vol. 5, pp. 121–126. DOI:[10.1007/978-3-642-13446-3_16](https://doi.org/10.1007/978-3-642-13446-3_16)
- [93] J. Leskovec, D. Huttenlocher, and J. Kleinberg, (2010). “Governance in social media: A case study of the Wikipedia promotion process,” in Proc. ICWSM, no. 1. <https://doi.org/10.1145/2124295.2124378>
- [94] P. Xu, W. Hu, J. Wu, and B. Du, (2019). “Link prediction with signed latent factors in signed social networks,” in Proc. KDD, pp. 1046–1054. <https://doi.org/10.24963/ijcai.2020/168>
- [95] X. Shen and F.-L. Chung, (2020). “Deep network embedding for graph representation learning in signed networks,” IEEE Trans. Cybern., vol. 50, no. 4, pp. 1556–1568. DOI:[10.1109/TCYB.2018.2871503](https://doi.org/10.1109/TCYB.2018.2871503)