



Using the Neutrosophic fuzzy planning method to solve the problem of stable arrangement of facilities under uncertainty

Efat Jabarpour¹

1. phd candidate of industrial management university of Tehran. Email: ejabarpour@yahoo.com

Article Info	ABSTRACT
<p>Article type: Research Article</p> <p>Article history: Received 2023 August 28 Received in revised form 2023 October 22 Accepted 2023 October 22 Published online 2024 March 15</p> <p>Keywords: Fuzzy stable method, Neutrosophic fuzzy planning, Stable layout of facilities.</p>	<p>The present article is devoted to modeling and solving a two-objective problem of stable arrangement of facilities under conditions of uncertainty with the Neutrosophic fuzzy programming method. The main goal of this model is to reduce the total cost of the regular layout and increase the number of equipment used in each part of the hall. Therefore, due to the non-determinism of the mathematical model, the robust fuzzy method has been used to control the non-deterministic parameters of the problem. The calculation results from solving the issue show that due to the contradiction in the objective functions, the total costs increase with the increased number of used equipment. Also, the results show that with the increase in the uncertainty rate due to the rise in the material transfer flow, the costs related to transportation have increased. On the other hand, a lower level of equipment has been used to balance the costs and the level of equipment. On the other hand, in the analysis of the changes in the width of the hall, it was observed that the number of sections of the hall increased and the distances between the departments increased with the decrease in the width of the hall. Therefore, the costs of material flow have also increased. With the increase in galleries, the amount of equipment allocated to all departments has also increased.</p>
<p>Cite this article: Jabarpour, E. (2023). Using the Neutrosophic fuzzy planning method to solve the problem of stable arrangement of facilities under uncertainty. <i>Engineering Management and Soft Computing</i>, 9 (2). 19-34. DOI: https://doi.org/</p>	
	<p>© The Author(s) DOI: https://doi.org/</p> <p>Publisher: University of Qom</p>

استفاده از روش برنامه‌ریزی فازی نوتروسوفیک برای حل مسئله چیدمان استوار تسهیلات تحت عدم قطعیت

عفت جبارپور^۱

۱. دانشجوی دکتری مدیریت صنعتی دانشکده مدیریت دانشگاه تهران. رایانامه: ejabarpoor@yahoo.com

اطلاعات مقاله	چکیده
نوع مقاله: مقاله پژوهشی	مقاله حاضر به مدل‌سازی و حل یک مسئله دوهدفه چیدمان استوار تسهیلات در شرایط عدم قطعیت با روش برنامه‌ریزی فازی نوتروسوفیک، پرداخته شده است. هدف اصلی در این مدل، کاهش هزینه‌های کل چیدمان استوار و افزایش تعداد تجهیزات استفاده شده در هر بخش سالن می‌باشد. از این رو به دلیل غیرقطعی بودن مدل ریاضی، از روش فازی استوار برای کنترل پارامترهای غیرقطعی مسئله استفاده شده است. نتایج محاسباتی حاصل از حل مسئله نشان می‌دهد به دلیل تناقض در توابع هدف، با افزایش تعداد تجهیزات استفاده شده، هزینه‌های کل افزایش می‌یابد. همچنین نتایج نشان می‌دهد با افزایش نرخ عدم قطعیت به دلیل افزایش جریان انتقال مواد، هزینه‌های مرتبط با حمل و نقل افزایش یافته است. از سوی دیگر به جهت تعادل در هزینه‌ها و سطح تجهیزات مصرف شده، از سطح تجهیزات پایین‌تر استفاده گردیده است. همچنین در تحلیل تغییرات عرض سالن مشاهده شد با کاهش عرض سالن، تعداد بخش‌های سالن افزایش، فواصل بین دپارتمان‌ها بیشتر، هزینه‌های انتقال جریان مواد افزایش و تعداد تجهیزات تخصیص یافته به کل دپارتمان‌ها نیز بیشتر شده است.
تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۶/۰۶	
تاریخ بازنگری: ۱۴۰۲/۰۷/۳۰	
تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۸/۲۹	
تاریخ انتشار: ۱۴۰۲/۱۲/۲۵	
کلیدواژه‌ها: برنامه‌ریزی فازی نوتروسوفیک، چیدمان استوار تسهیلات، روش استوار فازی.	

استناد: جبارپور، عفت. (۱۴۰۲). «استفاده از روش برنامه‌ریزی فازی نوتروسوفیک برای حل مسئله چیدمان استوار تسهیلات تحت عدم قطعیت». مدیریت مهندسی و رایانش نرم، دوره ۹ (۲). صص: ۳۴-۱۹. <https://doi.org/>



۱) مقدمه

تعیین مکان استقرار هر یک از تسهیلات، اغلب به عنوان مسئله چیدمان تسهیلات شناخته شده است. تسهیل می تواند یک واحد تولیدی، ساختمان اداری و یا ماشین های درون کارخانه باشد. انتخاب محل مناسب برای تسهیلات تاثیر قابل توجهی بر هزینه های تولید، کار در جریان، زمان تولید و بهره وری سیستم های تولیدی دارد. ۲۰ تا ۵۰ درصد کل هزینه های تولید درون یک کارخانه تولیدی مربوط به هزینه های حمل و نقل می باشد (توکلی مقدم و همکاران، ۲۰۰۷). این امر سبب می شود که در صورت عدم بهینه بودن چیدمان تسهیلات مختلف مبالغ هنگفتی صرف حمل و نقل مواد و در نتیجه افزایش هزینه های سیستم گردد. بنابراین توسعه مدل های ریاضی و الگوریتم های بهینه یابی برای مسئله چیدمان تسهیلات همواره مورد توجه پژوهشگران بوده است. مسئله چیدمان تسهیلات اغلب به شکل مسئله تخصیص نمایی مدل می شود که در آن هدف قراردادن تسهیلات با اندازه های برابر در موقعیت های از پیش تعریف شده است. برابر در نظر گرفتن اندازه تسهیلات می تواند مسئله را از مسائل دنیای واقعی دور کند (مکیندال و شانگ، ۲۰۰۶).

مسئله چیدمان تسهیلات با مساحت های نابرابر، مربوط به تعیین آرایش تعدادی دپارتمان با مساحت های متفاوت در فضای مشخص می باشد بطوریکه تحت تعدادی محدودیت، تابع هدف خاصی، بهینه شود. این تابع هدف می تواند بسته به هدف اصلی مجموعه کمینه سازی هزینه، مسافت، زمان و یا بیشینه سازی ارتباطات مطلوب بین دپارتمان ها باشد (آیلوو و همکاران، ۲۰۱۲). طرح چیدمان انتخاب شده برای یک واحد، روابط بین فعالیت هایی که همراه با انتقال مواد/خدمات هستند را مشخص می کند (پور وزیری و همکاران، ۲۰۲۱). لذا چیدمان تسهیلات و فعالیت های مربوط به جابه جایی مواد کاملاً با هم در ارتباط هستند و مستقیماً بر یکدیگر اثر مستقیم دارند. در این میان آنچه حائز اهمیت است، روابط بین تسهیلات و یا دپارتمان های یک واحد تولیدی می باشد که بایستی دوری و یا نزدیک بودن به یکدیگر در نظر گرفته شود (آنجس و همکاران، ۲۰۱۷). چنانچه دو تسهیل و یا دپارتمان بیشتر ارتباط نزدیکی با یکدیگر را داشته باشند، معقول است جهت کاهش هزینه های انتقال مواد/خدمات این دو تسهیل در کنار یکدیگر قرار گیرند (الله یاری و همکاران، ۲۰۱۸). یک طرح چیدمان مناسب می تواند هزینه های کل جابه جایی مواد و فواصل بین محل های قرار گرفتن تسهیلاتی را که با هم مواد/خدمات مبادله می کنند و نیز چرخه زمان تولید را حداقل سازد. بنابراین برای ایجاد یک طرح چیدمان جدید، در نظر گرفتن جابه جایی مواد امری کاملاً اجتناب ناپذیر است (میو و همکاران، ۲۰۲۰). طرح چیدمان مناسب صرفاً نبایستی بر اساس معیارهای هزینه باشد. دسترسی به سطح تجهیزات مناسب در هر دپارتمان منجر به افزایش بهره وری منابع انسانی حاضر در آن دپارتمان می شود. از این رو بایستی به یک چیدمان مناسب دست یافت که در آن با کمترین هزینه، بهترین سطح تجهیزات استقرار یابد (انجس و همکاران، ۲۰۲۰).

اهمیت در نظر گیری چیدمان درست تسهیلات یک واحد منجر به افزایش کارآیی آن سیستم خواهد شد. در این مقاله علی رغم این موضوع، به مدل سازی یک مسئله چند هدفه چیدمان استوار تسهیلات با در نظر گرفتن عدم قطعیت در پارامتر هزینه و جریان انتقال پرداخته شده است. لذا اهداف مهمی که در این مقاله دنبال شده است شامل کمینه سازی هزینه، استقرار تجهیزات و انتقال و بیشینه سازی سطح استفاده از تجهیزات در هر دپارتمان است. استقرار تجهیزات و چیدمان دپارتمان ها با هزینه هایی مواجه است که در این مقاله هزینه و جریان انتقال مواد نیز به صورت غیر قطعی برای چیدمان تسهیلات در نظر

گرفته شده‌است. برای کنترل پارامترهای غیرقطعی از روش برنامه‌ریزی استوار فازی استفاده شده‌است. از آنجاییکه مسئله چیدمان تسهیلات و تخصیص دپارتمان‌ها به هر بخش سالن یک مسئله پیچیده است، برای حل مسئله از روش فازی نوتروسوفیک استفاده شده‌است. این روش به‌عنوان یک روش تصمیم‌گیری چندهدفه برای تعیین بهترین جواب کارا در تعادل توابع هدف بکار گرفته شده‌است.

چارچوب اصلی مقاله بدین ترتیب می‌باشد. در بخش دوم به ارائه مرور ادبیات مسئله و تعیین شکاف تحقیقاتی مسئله پرداخته شده‌است. در بخش سوم یک مدل غیرقطعی از مسئله چیدمان استوار تسهیلات ارائه و سپس با استفاده از روش برنامه‌ریزی استوار فازی به کنترل پارامتر غیرقطعی مسئله پرداخته شده‌است. در بخش چهارم به بررسی روش فازی نوتروسوفیک برای حل مدل دوهدفه پرداخته شده‌است. در بخش پنجم به تجزیه و تحلیل آزمایشات و بررسی کارآیی روش فازی نوتروسوفیک و تحلیل حساسیت بر روی پارامترها پرداخته شده و در نهایت در بخش ششم به نتیجه‌گیری مقاله پرداخته شده‌است.

۲) مرور ادبیات

در این بخش به بررسی مرور ادبیات تحقیق و بررسی شکاف تحقیقاتی مسئله پرداخته شده‌است. سمرقندی و عشقی (۲۰۱۰) یک مسئله با چیدمان تک ردیفی با تسهیلات دارای اندازه نابرابر را با استفاده از یک الگوریتم جستجوی ممنوع دارای حافظه انطباقی برای روش‌های تنوع و تشدید، برای یافتن راه‌حل‌های موجود در همسایگی راه‌حل خوب و راه‌حل‌هایی که هنوز یافته نشده‌اند، حل کردند. جیانگ و نی (۲۰۱۳) یک روش مدل‌سازی را توسعه دادند که به واسطه آن چیدمان تسهیلات در کارخانجات و در زمان واقعی، به راحتی میسر می‌گشت. این مدل که براساس الگوریتم ژنتیک و با بهره‌گیری از روش تحلیل سلسله مراتبی عمل می‌کند. ژو و سونگ (۲۰۱۵) مسئله چیدمان تسهیلات را در حالت پویا و با در نظر گرفتن اندازه تسهیلات نابرابر بررسی کردند. آنها هزینه جابه‌جایی بین ماشین‌ها را به شکل پارامترهای فازی لحاظ کردند و تسهیلات را به شکل "اشکال دوبعدی" تصور کردند. سپس مسئله پیشنهادی را با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی اجتماع ذرات بهینه کردند. در نهایت کارآیی الگوریتم پیشنهادی با استفاده از یک مطالعه موردی بررسی و اثبات شد. وانگ و همکاران (۲۰۱۵) یک روش حل مسائل چیدمان تسهیلات دوردیفه پویا با ترکیب الگوریتم AS و برنامه‌ریزی ریاضی پیشنهاد شد که در نهایت مشخص شد این روش قابلیت تعیین راه‌حل بهینه برای مسائل با اندازه کوچک و نیز تعیین یک روش واقعی برای مسائل با سایزهای واقعی را دارد.

آلتاس و ایزلر (۲۰۱۵) تحقیقی در یک کارخانه تولید کفش جهت حل مسئله چیدمان تسهیلات پویا توسط و با هدف کمینه کردن مجموع مواد حمل‌شونده و نیز هزینه‌های بازچیدمان با در نظرگیری چند دوره کاری، انجام دادند. بدین ترتیب یک الگوریتم مبتنی بر کلونی مورچگان برای حل مسئله چیدمان تسهیلات پویا پیشنهاد شد که نهایتاً در مقایسه با آزمایش‌ها و نتایج عددی که حاصل می‌شد، روش پیشنهادی از عملکرد مناسب‌تری برخوردار بود. آژودو و همکاران (۲۰۱۷) مسئله مکان‌یابی تسهیلات با اندازه‌های نابرابر را با هدف به حداقل رساندن هزینه‌های جابه‌جایی مواد و هزینه‌های بازپرداخت و حداکثر رساندن میزان هم‌افزایی و کمینه‌بودن عدم تعادل بین بخش‌ها و مکان‌ها را بررسی کردند. پاس و

همکاران (۲۰۱۷) دو الگوریتم فراابتکاری ژنتیک ترکیبی برای حل مسئله چیدمان تسهیلات با اندازه‌های نابرابر ارائه دادند. الگوریتم‌های پیشنهادی با روش‌های موجود در ادبیات مقایسه شد و نتایج محاسباتی نشان داد که الگوریتم ژنتیک ترکیبی به جواب‌های با کیفیت‌تر در زمان کمتر دست پیدا می‌کند.

لیو و همکاران (۲۰۱۷) مدلی از مسئله چیدمان تسهیلات یک فضای نابرابر پویا ارائه دادند. در این راستا یک الگوریتم نمونه‌برداری ابتکاری و چند استراتژی ابتکاری را برای حل این مسئله ترکیب کردند. برای جلوگیری از هم‌پوشانی تسهیلات و کاهش فضای خالی در بین تسهیلات، استراتژی فشاری اعمال گردید. آنها الگوریتم پیشنهادی را در چهار گروه موردی آزمایش کردند. نتایج محاسباتی نشان داد که الگوریتم پیشنهادی در حل DFLP منطقه نابرابر، موثر است. توران اوغلو و همکاران (۲۰۱۸) به بررسی مسئله چیدمان تسهیلات پویا که یک مسئله NP-Hard است، پرداختند و در این راستا استفاده از بهینه‌سازی تغذیه باکتری (BFO) برای DFLP را معرفی نمودند که در آن الگوریتم ترکیبی جدیدی برای حل DFLP پیشنهاد دادند. آنها در مطالعه ذکر شده، کاربرد BFO در DFLP را نشان دادند. نتایج تجربی نشانگر، اثربخشی الگوریتم پیشنهادی بودند.

گوان و همکاران (۲۰۱۹) یک مسئله طرح جدید و تسهیلات چندکارگاهی جدید ارائه کردند و آن را به‌عنوان یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط با سه هدف، فرموله نمودند. آنها یک الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات چندهدفه با یک رویکرد دومارحله‌ای تعیبه شده و روش رمزگذاری ذرات منفرد و استراتژی جای‌گذاری را ارائه نمودند. مقایسه با سایر روش‌ها نشان داد که الگوریتم پیشنهادی، نتایج بسیار بهتری را به‌دست آورده‌است. گارسیا هرناندز و همکاران (۲۰۱۹) در بررسی یک مسئله چیدمان تسهیلات یک فضای نابرابر، الگوریتم فراابتکاری بهینه‌سازی صخره‌های مرجانی را مورد استفاده قرار داده‌اند. آنها جزئیات اجرای الگوریتم را ارائه داده و نتایج آزمایشات مختلف را در چندین نمونه UA-FLP با اندازه و تنظیمات مختلف ارائه کردند. نمونه اولیه پیاده‌سازی شده به‌عنوان یک برنامه وب توسط ۱۷ مسئله شناخته‌شده، آزمایش شد. نتایج به‌دست آمده عملکرد عالی الگوریتم پیشنهادی در حل UA-FLP را تأیید کردند.

لیو و همکاران (۲۰۱۹) در مطالعه‌ای با عنوان استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه‌های چندهدفه برای حل مسئله چیدمان تسهیلات یک فضای نابرابر، یک الگوریتم ACO چندهدفه پیشنهاد نمودند و از استراتژی ابتکاری برای تبدیل مسئله محدود به یک مسئله غیرمحدود استفاده کردند. آنها برای به‌دست آوردن راه‌حل‌های عملی، یک جستجوی محلی و تغییر شکل دپارتمان‌ها را اعمال کرده و برای به‌دست آوردن راه‌حل‌های بهینه پارتو از بهینه‌سازی پارتو استفاده کردند. گارسیا هرناندز و همکاران (۲۰۲۰) در مقاله‌ای یک رویکرد جدید برای حل مسئله چیدمان تسهیلات در یک فضای نابرابر (UA-FLP) را، مبتنی بر یک الگوریتم جدید ترکیبی ارائه کردند. آنها دو نسخه از روش پیشنهادی را با در نظر گرفتن دسته‌بندی‌های اندازه کوچک، متوسط و بزرگ در ۲۲ مورد آزمایش نمودند. از مقایسه نتایج تجربی به‌دست آمده با الگوریتم‌های قبلی استخراج شد که هر دو نسخه الگوریتم پیشنهادی، عملکردی عالی در حل موارد UA-FLP، در همه اندازه‌های دسته‌بندی شده را داشتند.

لیو و همکاران (۲۰۲۱) یک مسئله چیدمان تسهیلات تک‌ردیفه طراحی کردند و از یک الگوریتم بهبودیافته آتش‌بازی برای حل آن استفاده نمودند. آزمایشات محاسباتی نشان داد که الگوریتم پیشنهادی در حل مسئله بهتر از

الگوریتم‌های موجود عمل می‌کند. داهبک (۲۰۲۱) در مقاله‌ای به مدل‌سازی یک مسئله چندردیفه از مسئله چیدمان تسهیلات پرداخت. وی برای این منظور یک مسئله برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط طراحی نمود. احمدی و اردستانی (۲۰۲۱) در مقاله‌ای به مدل‌سازی یک مسئله چیدمان تسهیلات نابرابر پرداختند. آنها در این مقاله برای کاهش مسافت دیپارتمان‌ها از الگوریتم شبیه‌سازی تبرید استفاده نمودند. در جدول ۱ به بررسی کلی خلاصه‌ای از مقالات منتشر شده و ویژگی مقالات پرداخته شده است.

جدول ۱- خلاصه‌ای از مقالات منتشر شده در حوزه چیدمان تسهیلات

دپارتمان نابرابر	روش حل	روش کنترل پارامتر	قطعی غیرقطعی	تابع هدف	سال	نویسنده
*	GA	-	قطعی	کمینه‌سازی مسافت	۲۰۱۷	پاس و همکاران
-	BFO	-	قطعی	کمینه‌سازی هزینه	۲۰۱۸	توران اوغلو
*	ACO	-	قطعی	کمینه‌سازی هزینه	۲۰۱۹	لیو و همکاران
*	Hybrid algorithm	--	قطعی	کمینه‌سازی مسافت	۲۰۲۰	گارسیا هرناندز و همکاران
*	SA	-	قطعی	کمینه‌سازی مسافت	۲۰۲۱	احمدی و اردستانی
-	Cplex	-	قطعی	کمینه‌سازی مسافت	۲۰۲۱	داهبک
-	Firework	-	قطعی	کمینه‌سازی مسافت	۲۰۲۱	لیو و همکاران
*	فازی نوتروسوفیک	روش استوار فازی	هزینه و جریان انتقال	۱- کمینه‌سازی زمان انتقال ۲- بیشینه‌سازی تعداد تجهیزات		مقاله حاضر

(۳) تعریف مسئله و مدل‌سازی

مسئله چیدمان استوار تسهیلات یکی از مهمترین موضوعات در برقراری هر سایتی است که بایستی به آن توجه ویژه شود. لذا در این بخش به مدل‌سازی مسئله چیدمان استوار تحت عدم قطعیت پارامتر هزینه و جریان انتقال پرداخته شده است. شکل ۱ نمونه‌ای از چیدمان دیپارتمان‌ها در بخش‌های مختلف یک سالن را نشان می‌دهد. در این شکل هشت دیپارتمان با مساحت فضای موردنیاز وجود دارد که در حین چیدمان براساس حداقل و حداکثر ابعاد قابل تغییر، بایستی فضای دیپارتمان در یکی از بخش‌ها چیدمان گردد. با این حال امکان تغییر ابعاد دیپارتمان در حین چیدمان وجود دارد و تنها مسئله حائز اهمیت تخصیص مساحت موردنیاز هر دیپارتمان است. علاوه بر این هر یک از سالن‌ها، شامل مجموعه‌ای از دیپارتمان‌ها می‌باشد که بایستی از یک نوع سطح تجهیز تخصیص داده شده، استفاده نمایند. استفاده از تجهیزات مطلوب، منجر به افزایش هزینه‌های چیدمان استوار تسهیلات می‌گردد.

$S_2 = 16 m^2$	$S_1 = 18 m^2$	$S_8 = 10 m^2$
	$S_3 = 18 m^2$	$S_5 = 25 m^2$
$S_4 = 24 m^2$	$S_7 = 24 m^2$	$S_6 = 15 m^2$
r_2, e_1	r_3, e_3	r_5, e_1

شکل ۱. نمایی از مسئله چیدمان تسهیلات استوار

با توجه به شکل ۱ مشاهده می‌شود که دیارتان‌های ۲ و ۴ به بخش ۲ با سطح تجهیزات ۱؛ دیارتان‌های ۱، ۳، ۷ به بخش ۳ با سطح تجهیزات ۳ و دیارتان‌های ۸، ۵ و ۶ به بخش ۵ با سطح تجهیزات ۱ تخصیص یافته‌است. با عنایت به موارد بیان‌شده در فوق، هدف اصلی در این تحقیق دستیابی به یک چیدمان استوار مطلوب، تخصیص دیارتان‌ها به هر بخش و انتخاب سطح تجهیزات مناسب برای دیارتان‌های تخصیص‌یافته به هر بخش است. لذا جهت مدل‌سازی مسئله، مفروضات زیر بایستی در نظر گرفته شود:

- (۱) هزینه انتخاب تجهیزات و امکانات هر بخش رابطه مستقیمی با نوع تجهیزات انتخاب‌شده دارد.
- (۲) دیارتان‌ها بایستی به نحوی جایابی شوند که مجموع عرض دیارتان‌ها در هر بخش با عرض سالن یکسان باشد.
- (۳) هم‌پوشانی بین دیارتان‌ها وجود ندارد.
- (۴) نقطه شروع چیدمان (۰، ۰) مبدا مختصات می‌باشد.
- (۵) هر بخش مجاز به انتخاب یک سطح امکانات و تجهیزات می‌باشد.
- (۶) دیارتان‌ها نباید از طول و عرض مجاز تجاوز کنند.
- (۷) هزینه و جریان انتقال مواد بین دیارتان‌ها به صورت اعداد فازی مثلی در نظر گرفته شده‌است.

با توجه به مفروضات فوق، مدل چندهدفه چیدمان استوار تسهیلات در بخش بعدی مدل‌سازی شده‌است. لذا مجموعه پارامترها و متغیرهای تصمیم‌گیری مدل به شرح زیر بیان شده‌است.

مجموعه‌ها

مجموعه دیارتان‌ها $m, n = \{1, 2, \dots, I\}$	I
مجموعه بخش‌ها $r, s = \{1, 2, \dots, J\}$	J
مجموعه سطح تجهیزات $e = \{1, 2, \dots, E\}$	E

پارامترها

طول کل سالن در طول محور x ها	W
عرض کل سالن در طول محور y ها	H
مساحت مورد نیاز برای دیارتان m	A_m
نسبت طول به عرض برای دیارتان m	α_m

$$\begin{aligned}
S_m^{max} &= \min\{H, \sqrt{A_m \alpha_m}\} m && \text{حداکثر طول مجاز برای دپارتمان } m \\
S_m^{min} &= \sqrt{\frac{A_m}{\alpha_m}} m && \text{حداقل طول مجاز برای دپارتمان } m \\
\tilde{t} &&& \text{هزینه انتقال غیرقطعی جریان مواد بین دپارتمان‌ها} \\
F_{re} &&& \text{هزینه چیدمان دپارتمان در بخش } r \text{ با سطح تجهیزات } e \\
MC_{re} &&& \text{تعداد تجهیزات و امکانات بکاررفته در بخش } r \text{ با سطح تجهیزات } e \\
\tilde{f}_{mn} &&& \text{جریان انتقال مواد بین دپارتمان } m \text{ و } n
\end{aligned}$$

متغیرهای تصمیم‌گیری

$$\begin{aligned}
B_r &&& \text{طول بخش } r \\
L_{mr} &&& \text{طول دپارتمان } m \text{ بخش } r \\
H_m &&& \text{عرض دپارتمان } m \text{ در طول محور } y \\
(x_m, y_m) &&& \text{مختصات مرکز دپارتمان } m \text{ در چیدمان} \\
D_{mn}^x &&& \text{فاصله بین مرکز دپارتمان } m \text{ و } n \text{ در طول محور } x \text{ها} \\
= |x_m - x_n| &&& \\
D_{mn}^y &&& \text{فاصله بین مرکز دپارتمان } m \text{ و } n \text{ در طول محور } y \text{ها} \\
= |y_m - y_n| &&& \\
I_{mr} &&& \text{اگر دپارتمان } m \text{ به بخش } r \text{ تخصیص یابد، ۱ می‌گیرد. در غیر این صورت ۰ می‌گیرد.} \\
U_{re} &&& \text{اگر بخش } r \text{ با سطح تجهیزات } e \text{ بکارگرفته شود، ۱ می‌گیرد. در غیر این صورت ۰ می‌گیرد.} \\
Y_{mn} &&& \text{اگر دپارتمان } m \text{ بالای دپارتمان } n \text{ در بخش یکسان باشد، ۱ می‌گیرد. در غیر این صورت ۰ می‌گیرد.}
\end{aligned}$$

مدل چیدمان استوار تحت شرایط عدم قطعیت

$$\min Z_1 = \sum_{r \in J} \sum_{e \in E} F_{re} \cdot U_{re} + \sum_{m \in I} \sum_{\substack{n \in I \\ n > m}} \tilde{f}_{mn} \cdot \tilde{t} \cdot (D_{mn}^x + D_{mn}^y) \quad (1)$$

$$\max Z_2 = \sum_{r \in J} \sum_{e \in E} MC_{re} \cdot U_{re} \quad (2)$$

s. t.:

$$D_{mn}^x \geq x_m - x_n, \quad \forall n > m \quad (3)$$

$$D_{mn}^x \geq x_n - x_m, \quad \forall n > m \quad (4)$$

$$D_{mn}^y \geq y_m - y_n, \quad \forall n > m \quad (5)$$

$$D_{mn}^y \geq y_n - y_m, \quad \forall n > m \quad (6)$$

$$\sum_{r \in J} I_{mr} = 1, \quad \forall m \quad (7)$$

$$B_r = \frac{1}{H} \sum_{m \in I} I_{mr} A_m, \quad \forall r \quad (8)$$

$$S_m^{min} I_{mr} \leq B_r \leq S_m^{max} + W(1 - I_{mr}), \quad \forall m, r \quad (9)$$

$$x_m \geq \sum_{s \leq r \in J} B_s - 0.5B_r - (W - S_m^{min})(1 - I_{mr}), \quad \forall m, r \quad (10)$$

$$x_m \leq \sum_{s \leq r \in J} B_s - 0.5B_r + (W - S_m^{min})(1 - I_{mr}), \quad \forall m, r \quad (11)$$

$$\frac{L_{mr}}{A_m} - \frac{L_{nr}}{A_n} - \max\left\{\frac{S_m^{max}}{A_m}, \frac{S_m^{max}}{A_n}\right\} (2 - I_{mr} - I_{nr}) \leq 0, \quad \forall r, n > m \quad (12)$$

$$\frac{L_{mr}}{A_m} - \frac{L_{nr}}{A_n} + \max\left\{\frac{S_m^{max}}{A_m}, \frac{S_m^{max}}{A_n}\right\} (2 - I_{mr} - I_{nr}) \geq 0, \quad \forall r, n > m \quad (13)$$

$$\sum_{m \in I} L_{mr} = H \cdot \sum_{e \in E} U_{re}, \quad \forall r \quad (14)$$

$$\sum_{e \in E} U_{re} \leq 1, \quad \forall r \quad (15)$$

$$S_m^{min} I_{mr} \leq L_{mr} \leq S_m^{max} I_{mr}, \quad \forall l, r \quad (16)$$

$$\sum_{r \in J} L_{mr} = H_m, \quad \forall m \quad (17)$$

$$y_m - 0.5 \cdot H_m \geq y_n + 0.5 \cdot H_n - H(1 - Y_{mn}), \quad \forall m \neq n \quad (18)$$

$$Y_{mn} + Y_{nm} \leq 1, \quad \forall n > m \quad (19)$$

$$Y_{mn} + Y_{nm} \geq I_{mr} + I_{nr} - 1, \quad \forall n > m, r \quad (20)$$

$$0.5 \cdot H_m \leq y_m \leq H - 0.5 \cdot H_m, \quad \forall m \quad (21)$$

$$B_r, L_{mr}, H_m, x_m, y_m, D_{mn}^x, D_{mn}^y \geq 0 \quad (22)$$

$$I_{mr}, U_{re}, Y_{mn} \in \{0, 1\} \quad (23)$$

رابطه (۱) درصد کمیته‌سازی هزینه کل انتقال جریان مواد بین دپارتمان‌ها و انتخاب سطح تجهیزات استفاده شده می‌باشد. رابطه (۲) درصد بیشینه‌سازی تجهیزات و امکانات تخصیص یافته به بخش‌های مختلف سالن می‌باشد. روابط (۳) تا (۶) توابع فواصل خط شکسته موجود در تابع هدف را خطی‌سازی می‌کند. رابطه (۷) تضمین می‌کند که هر دپارتمان تنها بایستی به یک بخش تخصیص یابد. روابط (۸) و (۹) عرض هر بخش را براساس حداقل و حداکثر مجاز تغییرات طول دپارتمان‌ها مشخص می‌کند. روابط (۱۰) و (۱۱) مختصات مرکز دپارتمان‌ها را در طول محور x مشخص می‌کند. روابط (۱۲) تا (۱۴) طول هر دپارتمان تخصیص یافته به هر بخش را محاسبه می‌کند. رابطه (۱۵) تضمین می‌کند که هر بخش حداکثر از یک سطح تجهیزات و امکانات بایستی استفاده کند. روابط (۱۶) و (۱۷) عرض هر دپارتمان را در طول محور y مشخص می‌کند. روابط (۱۸) تا (۲۱) مختصات مرکز دپارتمان‌ها را در طول محور y مشخص می‌کند. روابط (۲۲) و (۲۳) نوع و جنس متغیرهای مدل را نشان می‌دهد.

از آنجاییکه در مدل فوق، پارامترهای هزینه و جریان انتقال به صورت غیرقطعی در نظر گرفته شده لذا جهت کنترل پارامترهای مدل از روش استوار فازی استفاده شده است. بنابراین با توجه به مفروضات بیان شده، پارامترهای غیرقطعی تحت اعداد فازی مثلثی در نظر گرفته شده‌اند. روابط زیر مدل کنترل شده مسئله را با روش استوار فازی نشان می‌دهد:

$$\min Z_1 = E[Z_1] + \xi(Z_{max} - Z_{min}) + \eta \sum_{m \in I} \sum_{\substack{n \in I \\ n > m}} [f_{mn}^3 - (1 - \alpha)f_{mn}^2 - \alpha f_{mn}^3] \quad (24)$$

s. t.:

$$E[Z_1] = \sum_{r \in J} \sum_{e \in E} F_{re} \cdot U_{re} + \sum_{m \in I} \sum_{\substack{n \in I \\ n > m}} [\alpha \cdot f_{mn}^3 + (1 - \alpha) \cdot f_{mn}^2] \cdot \left(\frac{t^1 + 2t^2 + t^3}{4}\right) \cdot (D_{mn}^x + D_{mn}^y) \quad (25)$$

$$Z_{max} = \sum_{r \in J} \sum_{e \in E} F_{re} \cdot U_{re} + \sum_{m \in I} \sum_{n \in I} [\alpha \cdot f_{mn}^3 + (1 - \alpha) \cdot f_{mn}^2] \cdot t^3 \cdot (D_{mn}^x + D_{mn}^y) \quad (26)$$

$$Z_{min} = \sum_{r \in J} \sum_{e \in E} F_{re} \cdot U_{re} + \sum_{m \in I} \sum_{\substack{n \in I \\ n > m}} [\alpha \cdot f_{mn}^3 + (1 - \alpha) \cdot f_{mn}^2] \cdot t^1 \cdot (D_{mn}^x + D_{mn}^y) \quad (27)$$

$$Eq(2) - Eq(23) \quad (28)$$

در رابطه (۲۴)، عبارت اول به مقدار موردانتظار تابع هدف اول با استفاده از مقادیر متوسط پارامترهای غیرقطعی مدل اشاره دارد. عبارت دوم به هزینه جریمه برای انحراف بیش از مقدار موردانتظار تابع هدف اول (استواری بهینگی) اشاره می‌کند. جمله سوم نیز هزینه کل جریمه انحراف از جریان انتقال مواد (پارامتر غیرقطعی) را نشان می‌دهد. از این رو، پارامتر ξ ضریب وزنی تابع هدف، η هزینه جریمه عدم برآورد جریان مواد می‌باشد. پارامتر α به‌عنوان حداقل درجه اطمینان در مقدار سطوح فازی اعداد را نشان می‌دهد که بایستی عددی مابین ۰.۱ و ۰.۹ باشد.

۴) برنامه‌ریزی فازی نوتروسوفیک

مدل‌های تصمیم‌گیری چندهدفه از شایع‌ترین نوع مدل‌های ریاضی هستند که دارای اهداف متضاد و متناقضی هستند. در اینگونه مسائل هدف دستیابی به مقدار بهینه تمامی توابع هدف متضاد به‌طور همزمان است. در اینگونه مسائل تصمیم‌گیرنده با ارائه یک وزن مطلوب $\beta \in [0,1]$ به هر تابع هدف، اهمیت ترجیحات خود را بیان می‌کند بطوریکه با بالا بردن مقدار وزن β در یک تابع هدف، ترجیحات تصمیم‌گیرنده در آن تابع هدف بالاتر است. با توسعه روش برنامه‌ریزی فازی شهودگرایانه، اسمارانتاچ (۱۹۹۹) روش برنامه‌ریزی فازی نوتروسوفیک را بررسی کرد که دارای سه مجموعه عضویت است: حقیقت (درجه تعلق)، عدم تعیین (درجه تعلق تا حدودی) و دروغ (درجه عدم تعلق). با توجه به روش توسعه‌یافته برنامه‌ریزی فازی نوتروسوفیک، در این مقاله به حل مدل چیدمان استوار تسهیلات با دو تابع هدف متضاد پرداخته شده است. از این رو هر تابع هدف دارای سه تابع عضویت حقیقت، عدم تعیین و دروغ می‌باشد. بنابراین روش برنامه‌ریزی فازی نوتروسوفیک نقش مهمی در بهینه‌سازی مسائل چندهدفه با در نظر گرفتن افکار خنثی دارد.

یک مدل چندهدفه با توابع هدف متضاد در نظر بگیرید که در آن (D) مجموعه تصمیمات فازی، (G) مجموعه توابع هدف فازی و (C) محدودیت‌های فازی را نشان می‌دهد. بنابراین مجموعه تصمیمات فازی به صورت $D = G \cap C$ نشان داده می‌شود. مجموعه تصمیمات نوتروسوفیک فازی (D_n) به همراه مجموعه توابع هدف فازی نوتروسوفیک (G_o) و مجموعه محدودیت‌های فازی نوتروسوفیک (C_m) به صورت زیر بیان می‌شود:

$$D_n = \left(\bigcap_{o=1}^O G_o \right) \left(\bigcap_{m=1}^M C_m \right) = (w, P_D(w), Q_D(w), R_D(w))$$

s. t.:

$$P_D(w) = \left\{ \begin{array}{l} \min PG_o(w), \forall o \in O \\ s. t. \\ PC_m(w), \forall m \in M \end{array} \right\} \quad (29)$$

$$Q_D(w) = \left\{ \begin{array}{l} \max QG_o(w), \forall o \in O \\ s. t. \\ QC_m(w), \forall m \in M \end{array} \right\}$$

$$R_D(w) = \begin{cases} \max RG_o(w), \forall o \in O \\ \text{s. t.} \\ RC_m(w), \forall m \in M \end{cases}$$

در معادله فوق، $P_D(w)$ تابع عضویت حقیقت؛ $Q_D(w)$ تابع عضویت عدم تعیین و $R_D(w)$ تابع عضویت دروغ تحت تصمیمات فازی نوتروسوفیک D_n می باشد. هر کدام از توابع عضویت فوق دارای کران بالا و پایین می باشند که به صورت رابطه زیر برای کلیه توابع عضویت به دست می آید:

$$\begin{aligned} U_o &= \max(Z_o(X)) \\ L_o &= \min(Z_o(X)) \end{aligned} \quad (30)$$

از این رو می توان کران بالا و پایین تابع عضویت فازی نوتروسوفیک را به ترتیب برای حقیقت، عدم تعیین و دروغ به شرح زیر محاسبه کرد.

$$\begin{aligned} U_o^P &= U_o, \quad L_o^P = L_o \\ U_o^Q &= L_o^P + a_o, \quad L_o^Q = L_o \\ U_o^R &= U_o^P, \quad L_o^R = L_o^P + b_o \end{aligned} \quad (31)$$

در رابطه فوق a_o و b_o یک مقدار از پیش تعریف شده بین ۰ و ۱ می باشد. با توجه به مواد فوق، تابع عضویت خطی برای یک چارچوب فازی نوتروسوفیک به شرح زیر است.

$$D_n = \left(\bigcap_{o=1}^O G_o \right) \left(\bigcap_{m=1}^M C_m \right) = (w, P_D(w), Q_D(w), R_D(w))$$

s. t.:

$$P_o(Z_o(X)) = \begin{cases} 1 & \text{if } Z_o(X) < L_o^P \\ \frac{U_o^P - Z_o(X)}{U_o^P - L_o^P} & \text{if } L_o^P \leq Z_o(X) \leq U_o^P \\ 0 & \text{if } Z_o(X) > U_o^P \end{cases}$$

$$Q_o(Z_o(X)) = \begin{cases} 1 & \text{if } Z_o(X) < L_o^Q \\ \frac{U_o^Q - Z_o(X)}{U_o^Q - L_o^Q} & \text{if } L_o^Q \leq Z_o(X) \leq U_o^Q \\ 0 & \text{if } Z_o(X) > U_o^Q \end{cases}$$

$$R_o(Z_o(X)) = \begin{cases} 1 & \text{if } Z_o(X) > U_o^R \\ \frac{Z_o(X) - L_o^R}{U_o^R - L_o^R} & \text{if } L_o^R \leq Z_o(X) \leq U_o^R \\ 0 & \text{if } Z_o(X) < L_o^R \end{cases} \quad (32)$$

بنابراین مدل نهایی چیدمان استوار تسهیلات با روش برنامه ریزی فازی نوتروسوفیک براساس روابط فوق به شرح زیر می باشد:

$$\begin{aligned} \max \sum_{o=1}^O (\mu_o + \vartheta_o - \delta_o) \\ \text{s. t.} \\ P_o(Z_o(X)) \geq \mu_o, \quad \forall o \\ Q_o(Z_o(X)) \geq \vartheta_o, \quad \forall o \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned}
 R_o(Z_o(X)) &\leq \delta_o, \quad \forall o \\
 \mu_o &\geq \vartheta_o, \quad \forall o \\
 \mu_o &\geq \delta_o, \quad \forall o \\
 0 &\leq \delta_o + \mu_o + \vartheta_o \leq 3, \quad \forall o \\
 \delta_o, \mu_o, \vartheta_o &\in (0,1) \\
 Eq(24 - 28)
 \end{aligned}$$

۵ تجزیه و تحلیل مسئله

در این بخش به بررسی یک مسئله نمونه سایز کوچک با ۶ دپارتمان، ۵ بخش و ۳ نوع تجهیزات و امکانات پرداخته شده‌است. با توجه به استفاده از روش برنامه‌ریزی فازی نوتروسوفیک برای حل مدل دوهدفه، ابتدا به بررسی تک تک توابع هدف مسئله با نرم‌افزار GAMS و تابع عضویت هر یک از توابع هدف پرداخته شده‌است. جدول ۲ حدود بازه‌ای پارامترهای مسئله را براساس تابع توزیع یکنواخت نشان می‌دهد.

جدول ۲. حدود بازه‌ای داده‌های قطعی و غیرقطعی مسئله

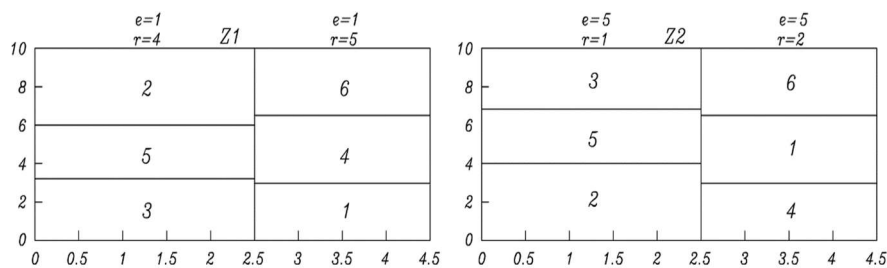
پارامتر قطعی	حدود بازه‌ای	پارامتر قطعی	حدود بازه‌ای
W	15	F_{re}	$\sim U[900,1200]$
H	10	MC_{re}	$\sim U[1000,4000]$
A_m	$\sim U[6,10]$	α_m	2
پارامتر غیرقطعی	سطح ۱	سطح ۲	سطح ۳
\tilde{t}	$\sim U[20,30]$	$\sim U[30,40]$	$\sim U[40,50]$
\tilde{f}_{mn}	$\sim U[10,15]$	$\sim U[15,20]$	$\sim U[20,25]$

با توجه به غیرقطعی بودن مدل پیشنهادی، برای تجزیه و تحلیل نتایج از مقدار نرخ عدم قطعیت $\alpha = 0.5$ استفاده شده‌است. بر این اساس جدول ۳ مقادیر بهینه توابع هدف به دست آمده و همچنین تابع عضویت آنها را با استفاده از روش فازی نوتروسوفیک نشان می‌دهد.

جدول ۳. مقدار بهینه توابع هدف و تابع عضویت آنها

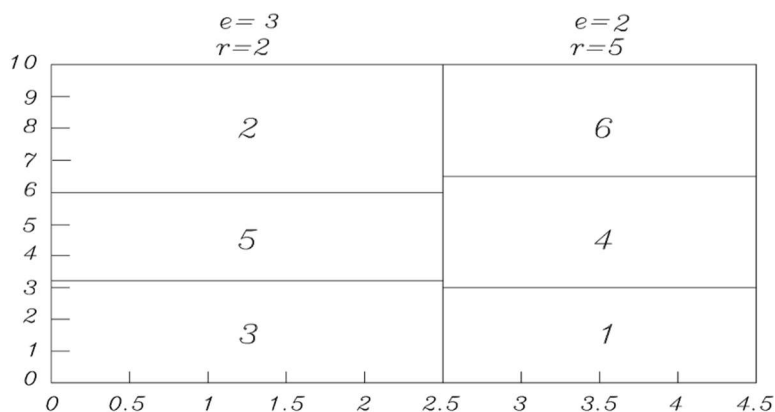
تابع هدف	L_o^P	U_o^P	L_o^Q	U_o^Q	L_o^R	U_o^R	Z^*
اول	۱۴۴۳۳۹.۷۴	۱۴۴۳۳۹.۷۴	۱۴۴۳۳۹.۷۴	۱۴۴۳۳۹.۷۴	۱۵۳۲۸۳.۱۵	۱۴۴۳۳۹.۷۴	۱۴۴۳۳۹.۷۴
دوم	۷۵۰۵	۷۵۰۵	۷۵۰۵	۷۵۰۵	۹۲۳۰	۷۵۰۵	۷۵۰۵

براساس نتایج به دست آمده مشاهده می‌گردد، بهترین مقدار تابع هدف اول ۱۴۴۳۳۹.۷۴ و بهترین مقدار تابع هدف دوم ۷۵۰۵ می‌باشد. شکل ۱ چیدمان بهینه هر یک از توابع هدف را با روش بهینه‌سازی انفرادی نشان می‌دهد.



شکل ۱. چیدمان بهینه حاصل از حل تابع هدف اول و دوم

هدف اصلی در چیدمان شکل (۱-الف) کاهش هزینه انتقال جریان بین دیارتمان‌ها و هدف اصلی در چیدمان شکل (۱-ب) بیشینه کردن سطح استفاده از تجهیزات می‌باشد. با توجه به نتایج شکل (۱) مشاهده می‌شود، با هدف کاهش هزینه‌ها، از سطح تجهیزات اول برای سالن‌های ۴ و ۵ استفاده شده‌است. در حالی که برای بیشینه‌سازی سطح تجهیزات از سطوح ۵ تجهیزات برای سالن‌های شماره ۱ و ۲ استفاده شده‌است. از آنجایی که هدف بهینه‌سازی همزمان دو تابع هدف با روش فازی نوتروسوفیک است، شکل (۲) چیدمان حاصل از حل مدل با روش فازی نوتروسوفیک را به‌عنوان بهینه‌ترین جواب کارا نشان می‌دهد.



شکل ۲. چیدمان جواب کارای مسئله با روش فازی نوتروسوفیک

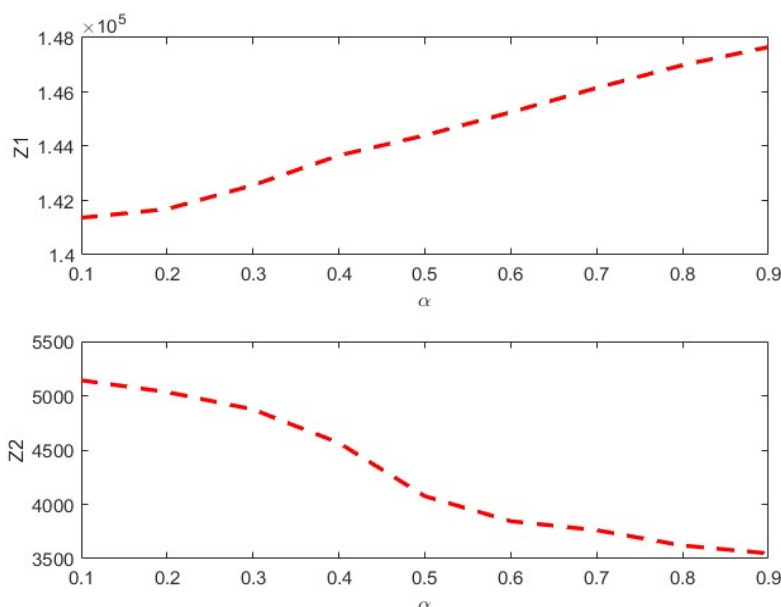
مطابق با شکل ۲ بهترین مقدار تابع هدف اول برابر با ۱۴۴۳۹۸.۲ و بهترین مقدار تابع هدف دوم برابر با ۴۰۷۵ به‌دست آمده‌است. بر این اساس مشاهده می‌گردد سطح تجهیزات ۳ به بخش ۲ و سطح تجهیزات ۲ به بخش ۵ تخصیص یافته‌است. در ادامه به تحلیل حساسیت مسئله تحت دو پارامتر نرخ عدم قطعیت و عرض سالن پرداخته شده‌است. مثال عددی قبل با فرض نرخ عدم قطعیت برابر ۰.۵ مدل‌سازی و حل شده‌است. در جدول ۴ به بررسی تغییرات تابع هدف اول و دوم تحت نرخ‌های مختلف عدم قطعیت از ۰.۱ تا ۰.۹ پرداخته شده‌است.

جدول ۴. مقدار توابع هدف مسئله به ازای نرخ‌های مختلف عدم قطعیت

تابع هدف دوم	تابع هدف اول	α
۵۱۴۲	۱۴۱۳۶۴.۲	۰.۱
۵۰۳۴	۱۴۱۶۸۵.۳	۰.۲
۴۸۷۴	۱۴۲۵۶۴.۵	۰.۳

α	تابع هدف اول	تابع هدف دوم
۰.۴	۱۴۳۶۵۹.۶	۴۵۶۶
۰.۵	۱۴۴۳۹۸.۲	۴۰۷۵
۰.۶	۱۴۵۲۵۱.۴	۳۸۴۵
۰.۷	۱۴۶۱۴۷.۵	۳۷۶۲
۰.۸	۱۴۶۹۸۷.۲	۳۶۲۱
۰.۹	۱۴۷۶۵۴.۳	۳۵۴۸

مطابق با جدول ۴ مشاهده می‌گردد با افزایش نرخ عدم قطعیت، به دلیل افزایش جریان انتقال مواد، هزینه‌های مرتبط با حمل و نقل افزایش یافته‌است. از سوی دیگر به جهت تعادل در هزینه‌ها و سطح تجهیزات استفاده‌شده، از سطح تجهیزات پایین‌تر استفاده شده‌است. شکل ۳ روند تغییرات توابع هدف را به ازای تغییرات نرخ عدم قطعیت نشان می‌دهد.



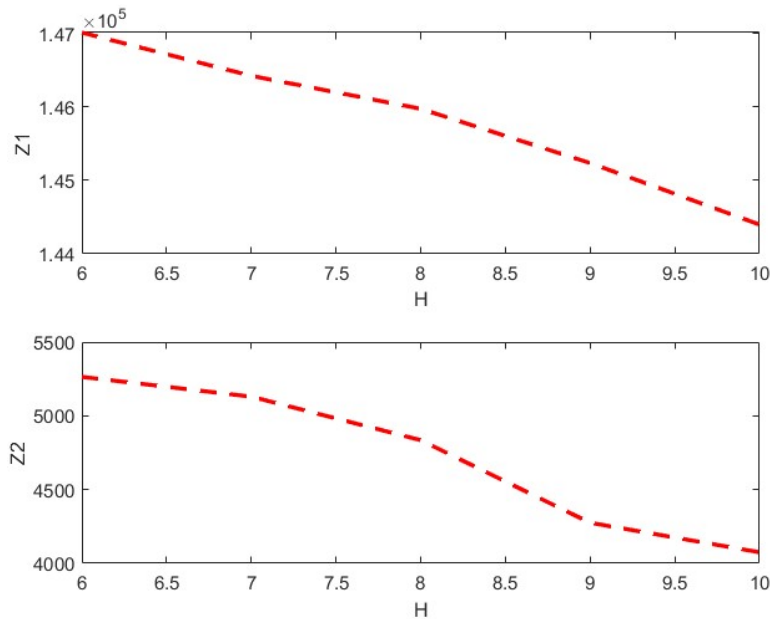
شکل ۳. مقدار تابع هدف مسئله به ازای نرخ‌های مختلف عدم قطعیت

در تحلیل دیگر به بررسی تاثیر کاهش عرض سالن بر روی هزینه‌های چیدمان و سطح تجهیزات استفاده‌شده پرداخته شده‌است. جدول ۵ مقدار توابع هدف مسئله به ازای تغییرات در عرض سالن را نشان می‌دهد.

جدول ۵. مقدار توابع هدف مسئله به ازای تغییرات در عرض سالن

تابع هدف اول	تابع هدف دوم	H
۱۴۷۰۱۲.۳	۵۲۶۴	۶
۱۴۶۴۲۳.۴	۵۱۳۰	۷
۱۴۵۹۷۴.۵	۴۸۳۵	۸
۱۴۵۲۳۶.۱	۴۲۷۵	۹
۱۴۴۳۹۸.۲	۴۰۷۵	۱۰

با توجه به نتایج جدول ۵ مشاهده می‌شود با کاهش عرض سالن، تعداد بخش‌های سالن افزایش یافته و فواصل بین دپارتمان‌ها افزایش یافته‌است. از این رو هزینه‌های انتقال جریان مواد نیز افزایش یافته‌است. با افزایش تعداد سالن‌ها، تعداد تجهیزات تخصیص یافته به کل دپارتمان‌ها نیز افزایش یافته‌است. شکل ۴ نیز روند تغییرات توابع هدف را به ازای تغییرات در عرض سالن را نشان می‌دهد.



شکل ۴. مقدار تابع هدف مسئله به ازای تغییرات در عرض سالن

۶ نتیجه‌گیری

در این مقاله به مدل‌سازی یک مسئله چیدمان استوار تسهیلات تحت عدم قطعیت هزینه و جریان انتقال مواد پرداخته شد. هدف اصلی در این مسئله چیدمان دپارتمان‌ها در بخش‌های مختلف یک سالن و تخصیص فضای لازم به دپارتمان‌ها و همچنین تعیین نوع تجهیزات و امکانات موردنیاز به هر بخش انتخابی می‌باشد. برای دستیابی به اهداف فوق از روش برنامه‌ریزی فازی نوتوسوفیک و جهت کنترل پارامترهای غیرقطعی مسئله از روش استوار فازی استفاده شده‌است. نتایج محاسباتی حاصل از حل مسئله نشان می‌دهد به دلیل تناقض در توابع هدف، با افزایش تعداد تجهیزات استفاده‌شده، هزینه‌های کل افزایش می‌یابد. همچنین نتایج نشان می‌دهد با افزایش نرخ عدم قطعیت به دلیل افزایش جریان انتقال مواد، هزینه‌های مرتبط با حمل و نقل افزایش یافته‌است. از سوی دیگر به جهت تعادل در هزینه‌ها و سطح تجهیزات مصرف‌شده، از سطح تجهیزات پایین‌تر استفاده شده‌است. از سوی دیگر در تحلیل تغییرات عرض سالن مشاهده شد با کاهش عرض سالن، تعداد بخش‌های سالن افزایش یافته و فواصل بین دپارتمان‌ها افزایش یافته‌است. از این رو هزینه‌های انتقال جریان مواد نیز افزایش داشته‌است. با افزایش تعداد سالن‌ها، تعداد تجهیزات تخصیص یافته به کل دپارتمان‌ها نیز افزایش یافته‌است.

منابع

- Ahmadi-Javid, A., & Ardestani-Jaafari, A. (2021). The unequal area facility layout problem with shortest single-loop AGV path: how material handling method matters. *International Journal of Production Research*, 59(8), 2352-2374. <https://doi.org/10.1080/00207543.2020.1733124>

- Aiello, G., La Scalia, G., & Enea, M. (2012). A multi objective genetic algorithm for the facility layout problem based upon slicing structure encoding. *Expert Systems with Applications*, 39(12), 10352-10358. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2012.01.125>
- Allahyari, M. Z., & Azab, A. (2018). Mathematical modeling and multi-start search simulated annealing for unequal-area facility layout problem. *Expert Systems with Applications*, 91, 46-62. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2012.01.125>
- Anjos, M. F., & Vieira, M. V. (2017). Mathematical optimization approaches for facility layout problems: The state-of-the-art and future research directions. *European Journal of Operational Research*, 261(1), 1-16. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2017.01.049>
- Anjos, M. F., & Vieira, M. V. (2020). Mathematical optimization approach for facility layout on several rows. *Optimization Letters*, 1-15. <https://doi.org/10.1007/s11590-020-01621-z>
- Azevedo, M. M., Crispim, J. A., & de Sousa, J. P. (2017). A dynamic multi-objective approach for the reconfigurable multi-facility layout problem. *Journal of manufacturing systems*, 42, 140-152. <https://doi.org/10.1016/j.jmsy.2016.12.008>
- Dahlbeck, M. (2021). A mixed-integer linear programming approach for the T-row and the multi-bay facility layout problem. *European Journal of Operational Research*. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2021.02.044>
- García-Hernández, L., Salas-Morera, L., Carmona-Muñoz, C., Garcia-Hernandez, J. A., & Salcedo-Sanz, S. (2020). A novel island model based on coral reefs optimization algorithm for solving the unequal area facility layout problem. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 89, 103445. <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2019.103445>
- García-Hernández, L., Salas-Morera, L., Garcia-Hernandez, J. A., Salcedo-Sanz, S., & de Oliveira, J. V. (2019). Applying the coral reefs optimization algorithm for solving unequal area facility layout problems. *Expert Systems with Applications*, 138, 112819. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2019.07.036>
- Guan, C., Zhang, Z., Liu, S., & Gong, J. (2019). Multi-objective particle swarm optimization for multi-workshop facility layout problem. *Journal of Manufacturing Systems*, 53, 32-48. <https://doi.org/10.1016/j.jmsy.2019.09.004>
- Jiang, S., & Nee, A. Y. C. (2013). A novel facility layout planning and optimization methodology. *CIRP Annals*, 62(1), 483-486. <https://doi.org/10.1016/j.cirp.2013.03.133>
- Liu, J., & Liu, J. (2019). Applying multi-objective ant colony optimization algorithm for solving the unequal area facility layout problems. *Applied Soft Computing*, 74, 167-189. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2018.10.012>
- Liu, J., Wang, D., He, K., & Xue, Y. (2017). Combining Wang–Landau sampling algorithm and heuristics for solving the unequal-area dynamic facility layout problem. *European Journal of Operational Research*, 262(3), 1052-1063. <https://doi.org/10.1016/j.mspro.2015.06.077>
- Liu, J., Zhang, H., He, K., & Jiang, S. (2018). Multi-objective particle swarm optimization algorithm based on objective space division for the unequal-area facility layout problem. *Expert Systems with Applications*, 102, 179-192. Doi: <https://doi.org/10.1016/j.procs.2015.08.438>
- Liu, S., Zhang, Z., Guan, C., Zhu, L., Zhang, M., & Guo, P. (2020). An improved fireworks algorithm for the constrained single-row facility layout problem. *International Journal of Production Research*, 1-19. Doi: <https://doi.org/10.3390/pr6050057>
- Liu, S., Zhang, Z., Guan, C., Zhu, L., Zhang, M., & Guo, P. (2021). An improved fireworks algorithm for the constrained single-row facility layout problem. *International Journal of Production Research*, 59(8), 2309-2327.
- McKendall Jr, A. R., & Shang, J. (2006). Hybrid ant systems for the dynamic facility layout problem. *Computers & Operations Research*, 33(3), 790-803. Doi: <https://doi.org/10.1192/apt.bp.106.002907>
- Paes, F. G., Pessoa, A. A., & Vidal, T. (2017). A hybrid genetic algorithm with decomposition phases for the unequal area facility layout problem. *European Journal of Operational Research*, 256(3), 742-756. DOI: <https://doi.org/10.1109/CEC.2005.1554852>
- Pourvaziri, H., Pierreval, H., & Marian, H. (2021). Integrating facility layout design and aisle structure in manufacturing systems: Formulation and exact solution. *European Journal of Operational Research*, 290(2), 499-513.
- Samarghandi, H., & Eshghi, K. (2010). An efficient tabu algorithm for the single row facility layout problem. *European Journal of Operational Research*, 205(1), 98-105. Doi: <https://doi.org/10.1192/apt.bp.106.002907>
- Sharma, P., Singh, R. P., & Singhal, S. (2013). A review of meta-heuristic approaches to solve facility layout problem. *International journal of emerging research in management & technology*, 2(10), 29-33.
- Smarandache, F. (1999). A unifying field in Logics: Neutrosophic Logic. In *Philosophy* (pp. 1-141). American Research Press. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2011.03.060>
- Tavakkoli-Moghaddam, R., Javadian, N., Javadi, B., & Safaei, N. (2007). Design of a facility layout problem in cellular manufacturing systems with stochastic demands. *Applied Mathematics and Computation*, 184(2), 721-728. DOI: <https://doi.org/10.1109/TEVC.2008.925798>
- Turanoglu, B., & Akkaya, G. (2018). A new hybrid heuristic algorithm based on bacterial foraging optimization for the dynamic facility layout problem. *Expert Systems with Applications*, 98, 93-104. DOI: <https://doi.org/10.1109/NABIC.2009.5393659>
- Ulutas, B., & Islier, A. A. (2015). Dynamic facility layout problem in footwear industry. *Journal of manufacturing systems*, 36, 55-61. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2009.07.012>
- Wang, S., Zuo, X., Liu, X., Zhao, X., & Li, J. (2015). Solving dynamic double row layout problem via combining simulated annealing and mathematical programming. *Applied Soft Computing*, 37, 303-310. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2011.03.060>
- Xu, J., & Song, X. (2015). Multi-objective dynamic layout problem for temporary construction facilities with unequal-area departments under fuzzy random environment. *Knowledge-based systems*, 81, 30-45. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.orhc.2014.05.002>