

## بهینه‌سازی چندهدفه مسئله سبد سهام با استفاده از تحلیل سلسله‌مراتبی و الگوریتم ژنتیک\*

محمد مشرفی<sup>۱</sup>

جواد بهنامیان<sup>۲</sup>

### چکیده

این پژوهش با در نظر گرفتن دانش مدیریت مالی و سرمایه‌گذاری جهت ارزیابی ریسک و بازده با توجه به محدودیت‌هایی از قبیل دارایی فرد خریدار برای خرید هر سهم، به تجزیه و تحلیل مدل مبنایی بهینه‌سازی سبد سهام پرداخته است. بر این اساس، مدلی جدید را در قالب برنامه‌ریزی خطی جهت بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری و با در نظر گرفتن نرخ بازده مورد انتظار و حداقل ریسک و دارایی فرد، طراحی شده است. بعد از مطرح کردن مدل مورد نظر در قالب برنامه‌ریزی خطی و بیان محدودیت‌های مربوط به آن، انواع مختلف سرمایه‌گذاری را بررسی کرده که یک سرمایه‌گذار می‌تواند جهت تشکیل سبد سرمایه‌گذاری خود، آنها را مورد بررسی قرار دهد. در نهایت، برای حل این مدل یک روش با استفاده از الگوریتم ژنتیک ارائه و در ارتباط با نمونه‌ای واقعی اجرا و تحلیل می‌شود. بر اساس نتایج این تحقیق، مدل جدید ریسک نامطلوب را به میزان بسیار زیادی در مقایسه با مدل‌های ارائه شده‌ی قبلی کاهش داده است به گونه‌ای که این روند با افزایش تعداد سهام مورد مطالعه به صورت پله‌ای و نزولی ادامه می‌یابد.

**واژه‌های کلیدی:** الگوریتم ژنتیک، بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری، تحلیل سلسله‌مراتبی

\* تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۰۱/۲۱؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۰۲/۱۰.

MohammadMoshrefi1371@gmail.com

<sup>۱</sup> کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران

Behnamian@basu.ac.ir

<sup>۲</sup> دانشیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران (نویسنده مسئول)

**مقدمه**

امروزه با انتشار اوراق مشارکت و عرضه سهام گوناگون توسط شرکت‌های مختلف دولتی و خصوصی در بسیاری از کشورها و خرید این اوراق یا سهام توسط افراد عام، این موضوع مطرح می‌شود که یک فرد با دارایی محدود چگونه می‌تواند از این فرصت اقتصادی پیش آمده در جهت کسب منافع بیشتر و افزایش سود ناشی از سرمایه‌گذاری بر روی این سهام استفاده کند. مفاهیم سرمایه‌گذاری و بهینه‌سازی انتخاب سبد سهام برای اولین بار توسط لوئیس بچلیرس (۱۹۰۰) در پایان نامه دکترای خود که دفاعیه آن در پاریس بود مطرح شد. البته تئوری بهینه‌سازی سبد سهام توسط دو برنده جایزه نوبل به نام‌های کانروویچ و کوپمانز قبلاً مطرح شده بود، اما عمومیت کمتری بین مدیران مالی پیدا کرده بودند. تئوری سهام مدرن (پیشرفته) برای نخستین بار در کاری نوشته شده توسط مارکوویتز (۱۹۵۰) و شارپ (۱۹۶۴) که برندگان جایزه نوبل ۱۹۹۰ بودند تجدیدنظر شد. این تئوری‌ها اهمیت زیادی دارند. آنچه تا به امروز در محاسبات مالی و در زمینه انتخاب سهام و سبد سرمایه‌گذاری عنوان شده است به گونه‌ای، سرمایه‌گذاری‌های موجود را از لحاظ درجه ریسک و نرخ بازده، به ترتیب اولویت‌بندی می‌نمایند، تا بدین طریق سرمایه‌گذار بتواند با در نظر گرفتن امکانات مالی و سایر سیاست‌های فراروی خود، پورتفوی مطلوب خویش را تشکیل دهد. وقتی که یک فرد سرمایه‌گذار با سهام متفاوتی روبرو می‌گردد، بایستی که در مورد تعداد سهم‌های انتخابی و میزان سرمایه‌گذاری در هر کدام از آنها تصمیم‌گیری نماید که در این شرایط فرآیند تصمیم‌گیری بسیار دشوار می‌باشد. ترکیب سبد مورد نظر می‌تواند حاصل تصمیمات اتفاقی و غیر مرتبط سرمایه‌گذار یا نتیجه برنامه‌ریزی سنجیده وی باشد.

**پیشینه پژوهش**

فنون موجود در مباحث مدیریت مالی در مورد تعیین میزان هر نوع سرمایه‌گذاری با در نظر گرفتن شرایط یاد شده ناتوان هستند. نگاهی به تکنیک‌های برنامه‌ریزی ریاضی

نشان می‌دهد که آنها با در نظر گرفتن تابع هدف مسئله میزان و ترکیب بهینه‌ای را از مسئله موجود در اختیارمان قرار می‌دهند. بنابراین، به نظر می‌رسد که ادغام تکنیک‌های برنامه‌ریزی خطی و تکنیک‌های بهبودسازی چندهدفه و ترکیب آن با الگوریتم فراابتکاری ژنتیک و مباحث مطرح شده در مدیریت مالی بتواند در جهت ساخت مدلی ریاضی جهت حل مشکل یاد شده یاری‌رسان باشد.

میشرا، پاندا و مهر (۲۰۰۹)، الگوریتم MOPSO را برای حل مسئله بهبودسازی سبد سهام به کار بردند و نتایج آن را با روش‌های NSGA-II، SPFGA و SPEA مقایسه نمودند. اهداف بهبودسازی، بیشینه کردن بازده و کمینه کردن انحراف معیار به عنوان سنجه ریسک است. اسکول پادانگت، داهال و هارن پورن‌چای (۲۰۰۷)، مسئله بهبودسازی سبد سهام را با در نظر گرفتن مدل میانگین-واریانس برای برخی الگوریتم‌های بهبودسازی تکاملی چندهدفه بررسی کردند و نشان دادند SPEA-II بهترین الگوریتم در مقایسه با الگوریتم‌های دیگر است.

آناگاس، پولس و ممانیز (۲۰۰۹) از سه الگوریتم بهبودسازی تکاملی چندهدفه، شامل NSAGA-II، PESA و SPEA-II برای حل مسئله بهبودسازی سبد سرمایه استفاده کردند و معیار واریانس را در مدل میانگین-واریانس، با معیارهای VAR و CVAR نیز جایگزین کردند. نتایج این مقاله نشان داد با به کارگیری مدل میانگین-واریانس، تمام الگوریتم‌های یاد شده، تخمین بسیار نزدیکی به سطح بهینه پارتو دارند. همچنین الگوریتم SPEA-II بهترین پاسخ‌ها را از نظر گستردگی می‌دهد. آرمنزس و لوزانو (۲۰۰۵) به مقایسه سه الگوریتم فراابتکاری به نام‌های GLS، SA و ACO پرداختند و نشان دادند SA و ACO یکی از بهترین بهینه‌سازها هستند. مطالعات ایرانی در زمینه حل مسئله بهبودسازی سبد سهام بسیار کم است و از این میان نیز تنها تعداد کمی از پژوهش‌ها از الگوریتم‌های بهبودسازی چندهدفه تکاملی برای حل مسئله استفاده کرده‌اند. خلیجی و همکارانش از الگوریتم مورچگان پیوسته دو هدفه برای بهبودسازی استفاده کردند و معیار VAR را به عنوان سنجه ریسک به کار بردند و نشان دادند که جبهه پارتو بدست آمده در مقایسه با روش NSGA-II

II همگرایی بیشتر و گستردگی کمتری دارد (خلیجی، ضیائی، طاعی، جاهد مطلق و خالوزاده، ۲۰۰۹).

درخشان، گل مکانی و حنفی زاده (۱۳۹۱) نیز از مدل مارکوفیتر استفاده کرد و الگوریتم ترکیب یافته بهینه یابی اجتماع مورچگان را به منظور بهینه سازی به کار برد. نتایج نشان داد روش ارائه شده نتایج بهتری نسبت به سایر روش ها مانند PSO و P-ACO به دنبال دارد. زارعی مروجی (۲۰۱۳)، از یک مدل ترکیبی بر مبنای تئوری مجموعه و الگوریتم ژنتیک جهت پیش بینی قیمت سهام استفاده نمودند. داده های مورد استفاده در مطالعه آنها از بازار سهام تهران (صنعت خودروسازی) گرفته شدند که متعلق به سال های ۲۰۰۲ تا ۲۰۱۲ بودند. نتایج تحقیق آنها نشان داد که الگوریتم ژنتیک توانایی پیش بینی بهتری نسبت به تئوری مجموعه داشته و الگوریتم ترکیبی توسعه داده شده نیز عملکرد بهتری نسبت به هر دو الگوریتم ذکر شده خواهد داشت.

قربانی و ربانی (۲۰۰۹) و رفیعی و ربانی (۲۰۰۹)، به ترتیب نمونه هایی از به کار گیری مدل های تصمیم گیری چندهدفه و مدل های تصمیم گیری چندمعیاره برای مسئله انتخاب سبد سهام هستند. یکی دیگر از مدل های پر کاربرد در این زمینه، مدل عدد صحیح مختلط است که علت استفاده عمده از این مدل وجود متغیرهای صفر و یک در انتخاب سهم های مختلف است و نمونه هایی از این مدل را می توان در مقاله بوجون و همکاران (۲۰۰۱) یافت.

در این پژوهش نشان داده خواهد شد که چگونه مدل های بهینه سازی، می توانند به گونه ای به مسائل مالی تعمیم داده شوند به طوری که خصوصیات مرتبط با مسئله واقعی را نشان دهند. در مدل الگوریتم ژنتیک<sup>۱</sup> ارائه شده در این مقاله با به کار گیری جهش زدن و تقاطع بر اساس یک حلقه بر طبق قاعده همسایگی که به ترتیب از جابجایی دو ژن شروع شده و با راندن ژن ها به جلو و معکوس کردن کروموزوم ادامه می یابد سعی شده است تا فضای بزرگتری از جواب های احتمالی را مورد بررسی قرار دهد. از طرفی، وزن قائل شدن

<sup>1</sup> Genetic Algorithm

با استفاده از قواعد آنتروپی به هر یک از معیارهای ریسک، بازده، هزینه هر سهم و هزینه ثابت برای سرمایه‌گذاری در این مدل به طور مشهود مورد استفاده قرار می‌گیرد. پیوند دو تابع هدف که اولی، کمینه کردن نسبت ریسک به بازده و دیگری کمینه کردن هزینه خرید سهام است، با استفاده از قاعده فرآیند تحلیل سلسله‌مراتبی و قاعده لکسیوگرافی در این مدل مطرح شده است.

این مدل این امکان را به استفاده کننده که در واقع سرمایه‌گذار است می‌دهد که تمامی سلايق خود یا هدف‌گذاری خود یا ارزش‌گذاری خود بر هر یک از شاخص‌ها، را اعمال کند. در اکثر مقاله‌ها مانند مدل اسپرانزا که قبلاً به آن اشاره شد، یک حالت خاص را مدنظر قرار می‌دادند مثلاً آنکه یک حالت صفر-یک<sup>۱</sup> را در نظر می‌گرفتند، این بدان معنی است که چه سهمی بخریم یا از خرید منصرف شویم. ولی خلاً بزرگ موجود در این پژوهش‌ها آن بود، آن زمان که دانستیم که از چه سهمی باید خریداری شود، مقدار سهم خریداری شده چه قدر باید باشد. در حالتی دیگر اگر مقداری برای یک سهم به دست می‌آمد شامل مقادیر گسسته بود. یکی از خصوصیات این پژوهش این است که داده‌های پیوسته را نیز مورد بررسی قرار می‌دهد و بدین ترتیب فضای بزرگتری از حل را مورد بررسی و کاوش قرار می‌دهد. در این تحقیق از چرخه رلت و ویل<sup>۲</sup> که دارای توزیع یکنواخت است و امکان حضور همه پاسخ‌های احتمالی در این مدل وجود دارد، به کار گرفته شده است. به این منظور جدولی طراحی شده است که مقایسه‌ای بین آنچه که پژوهشگران در گذشته انجام داده‌اند و آنچه که ما انجام داده‌ایم را نشان می‌دهد.

شاخص‌های مقایسه همان پارامترهایی است که اهمیت زیادی در حل مسئله پورتفوی را دارا است. این عوامل عبارتند از: ۱- توجه به ریسک و بازده هر سهم ۲- توجه به آورده اولیه فرد سرمایه‌گذار ۳- مشخص کردن درجه اهمیت تحت عنوان وزن دادن به هر یک از شاخص‌های تعیین کننده در انتخاب سهم از دیدگاه فرد سرمایه‌گذار ۴- استفاده از بهبودسازی چندهدفه در مسئله پورتفوی ۵- بررسی فضای گسسته و پیوسته در بهبودسازی

<sup>1</sup> Binary

<sup>2</sup> Roulette wheel

مدل و در زمینه شیوه به کارگیری الگوریتم ابتکاری ۶- توجه به چرخش در قاعده همسایگی در الگوریتم ژنتیک به کار گرفته شده ۷- استفاده از تقاطع محاسباتی ۸- استفاده از جهش‌های مختلف در حل الگوریتم، و در نهایت ۹- تلفیق کردن توابع هدفی که از نظر ماهیت درونی به یکدیگر شباهتی نداشتند به وسیله روش تحلیل سلسله‌مراتبی. این مقایسات بین پژوهش‌هایی که در سال‌های اخیر انجام شده است صورت گرفته است.

جدول ۱. مقایسه مقالات مختلف

نویسندگان	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
حسین دستخوان (۲۰۱۱)	*	*				*	*		
چانگ چن لی (۲۰۰۷)	*	*	*	*					*
ایرینا بلشووکوا (۲۰۱۰)	*	*				*	*		*
مارسی نواک (۲۰۱۳)	*	*			*				*
لیلیان نوروئا (۲۰۱۳)	*	*				*			
اسپرانزا (۱۹۹۵)	*	*	*	*		*	*		*
تحقیق جاری	*	*	*	*	*	*	*	*	*

## روش‌شناسی پژوهش

یکی از مباحث مهمی که در بازارهای سرمایه مطرح است و باید مورد توجه سرمایه‌گذاران اعم از اشخاص حقیقی یا حقوقی قرار گیرد، بحث انتخاب سبد سرمایه‌گذاری بهینه است و در این رابطه، بررسی و مطالعه سرمایه‌گذاران در جهت انتخاب بهترین سبد سرمایه‌گذاری با توجه به میزان ریسک و بازده آن انجام می‌شود. معمولاً فرض بر این است که سرمایه‌گذاران ریسک را دوست ندارند و از آن‌گريزانند و همواره در پی آن هستند تا در اقلامی از دارایی‌ها سرمایه‌گذاری کنند که بیشترین بازده<sup>۱</sup> و کمترین ریسک<sup>۲</sup> را داشته باشند. به عبارت دیگر، سرمایه‌گذاران به بازده سرمایه‌گذاری به عنوان

<sup>۱</sup> Efficiency

<sup>۲</sup> Risk

یک عامل مطلوب می‌نگرند و به واریانس بازده (ریسک) به عنوان یک عنصر نامطلوب نظر دارند.

مدلی که در این تحقیق ارائه شده با به کارگیری آن‌ها و ترکیبشان در برنامه‌ریزی‌های ریاضیاتی می‌تواند با در نظر گرفتن هدف و شرایط حاکم بر مسئله، ترکیبی بهینه با نزدیک شدن به مقدار بهینه از عناصر تشکیل دهنده سبد را ارائه دهد. در نتیجه می‌توان برای رسیدن به چنین هدفی، نزدیک شدن به اطلاعات مالی را با در نظر گرفتن تمام شرایط حاکم بر سرمایه‌گذاری در دنیای واقعی وارد برنامه‌ریزی ریاضی کرد. جهت تحصیل اوراق بهادار و هرگونه سرمایه‌گذاری، انواع متفاوتی از هزینه ایجاد می‌شود. مطمئناً مهم‌ترین عامل هزینه، هزینه خرید می‌باشد اما عوامل هزینه‌ای دیگری مانند هزینه ثابت نیز ممکن است وجود داشته باشد. ویژگی این تحقیق در آن است که می‌تواند تعداد اوراق بهاداری را بدست آورد که می‌توان آن‌ها را در هر مقداری اعم از صحیح یا مقدار پیوسته بدست آورد.

روند این تحقیق بدین گونه است که در ابتدا متغیرهای مورد نظر معرفی می‌گردند و سپس مرحله به مرحله روند حل مسئله را پیش می‌بریم و در نهایت مدل جدید را ارائه کرده و نمودارهای مقایسه‌ای را ارائه می‌کنیم و مدل مورد نظر را با الگوریتم ژنتیک تحلیل و بررسی می‌نماییم. نتایج این تحقیق می‌تواند برای شرکت‌های سرمایه‌گذاری، مدیران عالی، تحلیلگران اوراق بهادار، بانک‌ها و بانکداران، پژوهشگران این رشته و به طور کلی سرمایه‌گذاران، کاربرد مؤثری داشته باشد. این افراد می‌توانند از این روش برای انتخاب سبد سرمایه‌گذاری بهینه در کارایی هر چه بیشتر تصمیمات سرمایه‌گذاری و به دنبال آن بازار سرمایه ایران و در نهایت در توسعه اقتصادی کشور نقش مهمی ایفا نماید.

## معرفی مدل

در این قسمت ضمن معرفی مدل و محدودیت‌ها و متغیرهای آن، مرحله به مرحله آن را تشریح کرده و تکمیل می‌نماییم. فرض کنید سرمایه‌گذاری با دارایی محدود تصمیم

دارد تعدادی سهم خریداری کند. رویکرد ما این است که میزان نسبت ریسک به بازده را کم کنیم، از طرفی برای خرید سهم هزینه کمتری را هم پرداخت نماییم، در نتیجه یک تابع هدف با کمینه کردن نسبت بازده به ریسک و دیگری با کمینه کردن هزینه‌ها (اعم از متغیر و ثابت) در دست داریم که در نهایت دو تابع هدف را به یک تابع هدف تبدیل می‌کنیم. حال به بیان شکل مسئله می‌پردازیم:

$n$ : تعداد کل سهامی که می‌شود انتخاب کرد.

$z$ : نوع ورق بهاداری که می‌توان آنها را در هر مقداری بدست آورد.

$nz$ : حداکثر اوراقی که از نوع سهام  $z$  عرضه می‌شود.

$R_{jt}$ : نرخ بازده ورق بهادار  $z$  در زمان  $t$

$\delta^2 R_{jt}$ : واریانس نرخ بازده ورق بهادار  $z$  در زمان  $t$  که همان ریسک ورق بهادار  $z$  در زمان  $t$  محسوب می‌شود.

$X_z$ : میزان سرمایه‌گذاری از نظر تعداد سهم خریده شده در ورق بهادار  $z$ .

$C_z$ : هزینه خرید یک واحد ورق بهادار  $z$ .

$f_z$ : هزینه‌ی ثابت ورق بهادار  $z$ .

$R_e$ : حداقل بازده مورد انتظار سرمایه‌گذار.

در این مقاله همان گونه که قبلاً گفتیم می‌خواهیم به شاخص‌های بازده، ریسک، هزینه هر واحد سهم و هزینه ثابت هر سهم، وزن دهیم. این وزن‌دهی به این منظور است که سرمایه‌گذار نظر خود را در ارتباط با هر یک از شاخص‌های یاد شده اعمال کند. از آنجا که می‌دانیم جنس شاخص‌های یاد شده یکی نیستند به همین دلیل در ابتدا برای همجنس کردن آنها از قاعده آنتروپی<sup>۱</sup> استفاده می‌کنیم.

<sup>1</sup> Entropy rule



جدول ۲. جدول مقایسات سهم‌ها با شاخص‌ها

شاخص	$C_j$	$R_{jt}$	$\delta^2 R_{jt}$	$f_j$
سهم				
$j_1$	$a_{11}$	$a_{12}$	$a_{13}$	$a_{14}$
$j_2$	$a_{21}$	$a_{22}$	$a_{23}$	$a_{24}$
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
$j_n$	$a_{n1}$	$a_{n2}$	$a_{n3}$	$a_{n4}$

$$k = \frac{1}{\ln(n)} \quad \text{رابطه (۱)}$$

$$p_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sum_{i=1}^n a_{ij}} \quad \text{رابطه (۲)}$$

$$E_j = -k \sum_{i=1}^n [p_{ij} \times \ln(p_{ij})] \quad \forall j \quad \text{رابطه (۳)}$$

$$d_i = 1 - E_i \quad \text{رابطه (۴)}$$

$$w_i = \frac{d_i}{\sum_i^4 d_i} \quad \text{رابطه (۵)}$$

بر اساس آنچه در بالا مشاهده شد شاخص‌ها از یک نوع نیستند بنابراین بر اساس قاعده آنتروپی طبق بالا وزن‌دهی صورت گرفت اما  $w_i$  که در بالا بدست آوردیم وزنی است که فقط از آنتروپی حساب شده و نظر سرمایه‌گذار در آن دخیل نشده است، حال برای دخالت دادن سلیقه و نظر سرمایه‌گذار فرض می‌کنیم این شاخص وزنی را تحت  $\lambda_i$  برای هر یک از شاخص‌های بالا مد نظر قرار داده است. پس اوزان شاخص‌های بالا پس از دخیل کردن نظر سرمایه‌گذار به صورت ذیل می‌شود:

$$w'_i = \frac{\lambda_i \times w_i}{\sum_{i=1}^n \lambda_i \times w_i} \quad \text{رابطه (۶)}$$

حال بعد از مشخص کردن اوزان و دخیل کردن سلیقه سرمایه‌گذار، به بیان شکل تابع هدف خود می‌پردازیم. همان‌گونه که قبلاً اشاره کردیم، دو تابع هدف را قصد داریم بر

اساس قاعده فرآیند تحلیل سلسله‌مراتبی<sup>۱</sup> به یک تابع هدف تبدیل کنیم. تابع هدف اول کمینه کردن نسبت ریسک انتخاب هر سهم به بازده آن است و تابع هدف دوم کمینه کردن هزینه انتخاب هر سهم است.

حال شکل تابع هدف به صورت زیر بسط داده می‌شود:

اوزانی که در بالا حساب شد بصورت ذیل است:

$w'_{C_j}$ : وزنی که برای شاخص  $C_j$  بدست آمد.

$w'_{R_{jt}}$ : وزنی که برای شاخص  $R_{jt}$  بدست آمد.

$w'_{\delta^2 R_{jt}}$ : وزنی که برای شاخص  $\delta^2 R_{jt}$  محاسبه شد.

$w'_{f_j}$ : وزنی که برای شاخص هزینه ثابت  $f_j$  محاسبه شد.

$$\text{Min} \sum_{j=1}^n \frac{w'_{\delta^2 R_{jt}} \times \delta^2 R_{jt}}{w'_{R_{jt}} \times R_{jt}} I \quad \text{رابطه ۷}$$

$$\text{Min} \sum_{j=1}^n [(w'_{C_j} \cdot C_j \cdot x_j) + (w'_{f_j} \cdot f_j)] \Pi \quad \text{رابطه ۸}$$

$$\text{St} : \sum_{j=1}^n w''_j = 1 \quad \text{رابطه ۹}$$

$$\sum_{j=1}^n X_j \cdot C_j + \sum_{j=1}^n f_j \cdot Z_j \leq C \quad \text{رابطه ۱۰}$$

$$0 \leq X_j \leq \frac{n_j}{2} - 1 \quad \text{رابطه ۱۱}$$

$$\sum_{j=1}^n R_{jt} \cdot w''_j \geq R_e \quad \text{رابطه ۱۲}$$

با توجه به محدودیت‌های بالا به ترتیب:

$w''_j$ : وزنی که از طریق کروموزوم<sup>۲</sup> برای هر ژن که هر ژن<sup>۳</sup> متعلق به یک سهم است

به دست می‌آید که در ادامه به آن اشاره می‌کنیم.

<sup>1</sup> Analytic Hierarchy Process

<sup>2</sup> Chromosome

<sup>3</sup> Gene

$Z_j$ : متغیری است از جنس صفر و یک. اگر فرد سرمایه‌گذار تمایل به سرمایه‌گذاری روی سهم  $j$  داشته باشد عدد یک را می‌گیرد، در غیر این صورت مقدار آن صفر است.

$C$ : کل دارایی است که سرمایه‌گذار در دست دارد که از طرفی، هزینه‌ای که انجام می‌دهد نباید بیشتر از این مقدار باشد.

$\frac{n_j}{2}$ : این عبارت این موضوع را مطرح می‌کند که سیاست بر این است که بیشینه مقدار خریداری شده از یک سهم از نصف تعداد آن یکی کمتر باشد، یعنی فردی مالک  $50\%$  و بیشتر از یک سهم یک شرکت نشود.

### حل مدل با استفاده از الگوریتم ژنتیک

به دلیل آن که مدل فوق می‌تواند خیلی بزرگ باشد اما برای بیان حل آن، این مدل را با یک کروموزم که ۵ ژن داشته باشد مورد بررسی قرار می‌دهیم. یک کروموزم با ۵ ژن نماینده و نشانگر یک سهم است.

$j_1$	$j_2$	$j_3$	$j_4$	$j_5$

در ابتدا به هر ژن به طور تصادفی عددی بین صفر و یک تولید می‌کنیم و اختصاص می‌دهیم.

$K$ : عددی که به تصادف به هر ژن اختصاص می‌دهیم.

$$0 < K \leq 1$$

رابطه (۱۳)

به عنوان مثال این اعداد به صورت زیر تولید می‌شوند:

$j_1$	$j_2$	$j_3$	$j_4$	$j_5$
۰/۱۲	۰/۳۵	۰/۸۱	۰/۷۵	۰/۵۶

سپس دو عدد از ژن‌ها را به تصادف انتخاب کرده و آن را صفر می‌کنیم.

$j_1$	$j_2$	$j_3$	$j_4$	$j_5$
۰	۰/۳۵	۰/۸۱	۰/۷۵	۰

حال وزن هر کدام از ژن‌ها که همان  $w''$ ها است را بدست می‌آوریم.  $w''$ ها از حاصل تقسیم عدد تخصیص داده شده به یک ژن بر مجموع اعداد ژن‌ها بدست می‌آید. شرط اساسی در این حالت آن است که:

$$\sum_{i=1}^n w''_{j_i} = 1 \quad \text{رابطه (۱۴)}$$

چنانچه گاهی تقسیم عدد یک ژن بر مجموع عدد تمامی ژن‌ها، عددی با بسط مولد اعشار نتیجه داد که باعث شد مجموع  $w''$ ها یک نشود، باید کروموزم به صورت ذیل تعمیر و بازسازی شود. مجموع  $w''_{j_1}, w''_{j_2}$  و  $w''_{j_3}$  را بدست آورده  $(\sum_{i=1}^3 w''_{j_i})$  و سپس برای محاسبه وزن مربوط به ژن چهارم از رابطه  $1 - \sum_{i=1}^3 w''_{j_i}$  استفاده می‌گردد. سپس مقدار وزن‌ها به صورت ذیل محاسبه می‌شود:

$$w''_{j_1} = \frac{0}{0 + 0.35 + 0.81 + 0.75 + 0} = 0$$

$$w''_{j_2} = 0.183$$

$$w''_{j_3} = 0.424$$

$$w''_{j_4} = 1 - \sum_{i=1}^3 w''_{j_i} = 1 - (0 + 0.183 + 0.424) = 0.393$$

$$X_{j_i} \cdot C_{j_i} + f_{j_i} \cdot Z_{j_i} = C \cdot w''_{j_i} \quad i = 1, 2, 3, 4, 5 \quad \text{رابطه (۱۵)}$$

بعد از محاسبه وزن‌ها، با توجه به محدودیت‌ها خواهیم داشت:

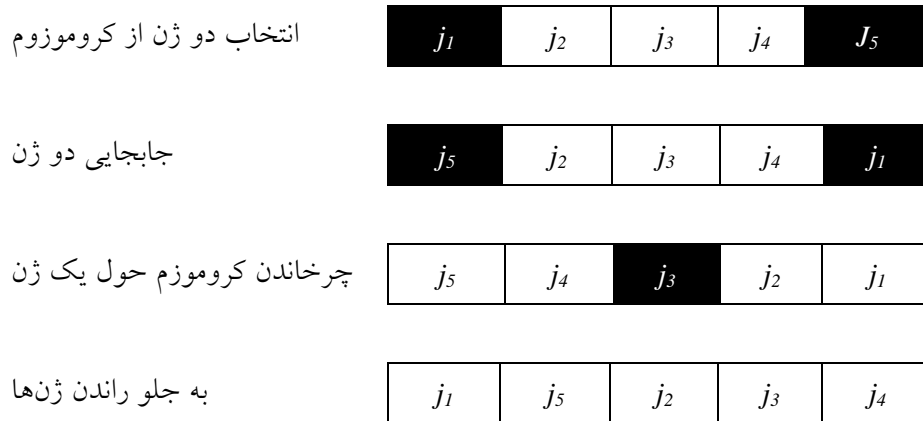
تنها مجهول محدودیت (۱۵) مقدار  $X_{j_i}$  است. پس از عبارت بالا مقدار آن محاسبه می‌گردد. حال اگر این  $X_{j_i}$ هایی که از این رابطه محاسبه شد، در رابطه  $0 \leq X_{j_i} \leq \frac{n_{j_i}}{2} - 1$  صدق کرد حل مدل را ادامه می‌یابد. اما اگر مقدار  $X_{j_i} > \frac{n_{j_i}}{2} - 1$  باشد آن را به مقدار  $\frac{n_{j_i}}{2} - 1$  می‌رسانیم که بیشینه مقدار خریدمان از سهم  $i$  محسوب می‌شود. بعد از آن، محدودیت شماره (۶) را برای ۵ سهم بررسی می‌کنیم. که باید حتما در آن صدق کند. این تکرار از همان ابتدای تولید عدد تصادفی تا به تصادف صفر کردن آن‌ها ادامه پیدا می‌کند. از طرفی در همه این محدودیت‌ها مقدار حداقل نرخ بازده مورد انتظار سرمایه‌گذار بر

اساس نرخ تورم ده درصد فرض شده است (شریعت پناهی و بیاتی ۱۳۸۵). لازم به ذکر است که این مقدار نیز به عنوان فرض جهت استفاده در پیاده‌سازی الگوریتم فراابتکاری لحاظ شده و ساختار الگوریتم به گونه‌ای است که می‌توان این مقدار را تغییر داده و برای نمونه می‌توان نرخ سود بانکی یا هر مقدار مورد توجه سرمایه‌گذار را در آن لحاظ کرد. حال شکل تابع هدف به صورت ذیل می‌شود.

$$\text{Min} \sum_{j=1}^n w_{ji}'' \frac{w_{\delta^2 R_{jt}}' \times \delta^2 R_{jt}}{w_{R_{jt}}' \times R_{jt}} I \quad \text{رابطه ۱۶}$$

$$\text{Min} \sum_{j=1}^n w_{ji}'' [(w_{c_j}' \cdot C_j \cdot x_j) + (w_{f_j}' \cdot f_j)] \Pi \quad \text{رابطه ۱۷}$$

البته همان‌گونه که قبلاً گفتیم، این مدل را صرفاً با الگوریتم ژنتیک حل نمی‌کنیم، بلکه الگوریتم ژنتیک پیشنهادی را با الگوریتم جستجوی همسایگی متغیر<sup>۱</sup> ترکیب می‌کنیم. در الگوریتم یاد شده به طور کلی سه نوع جهش<sup>۲</sup> استفاده می‌شود:  
الف) این جهش دارای یک چرخش است که این چرخش به ترتیب شامل جابجایی، به جلو راندن و معکوس کردن ژن‌ها است.



شکل ۱. نحوه‌ی جهش‌های مختلف

<sup>1</sup> Variable neighborhood search Algorithm

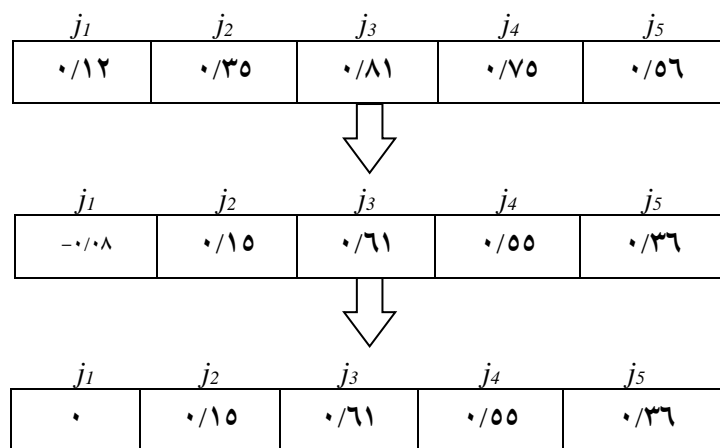
<sup>2</sup> Mutation

ب) همان گونه که قبلا اشاره شد دو عدد از ژن‌ها به تصادف صفر می‌گردد. حال در این قسمت می‌خواهیم جهشی را بیان کنیم که شبیه تقاطع زدن<sup>۱</sup> است. با این تفاوت که در تقاطع زدن دو کروموزم به عنوان والد معرفی می‌شود، اما در اینجا بر روی یک کروموزم این تقاطع زده می‌شود و جایگشت‌های ژن‌ها بین دو ژن که مقدار صفر به خود گرفته اند، محاسبه می‌شود.

$j_1$	$j_2$	$j_3$	$j_4$	$J_5$
$j_1$	*	$j_3$	*	$j_5$
$j_5$	*	$j_3$	*	$j_1$

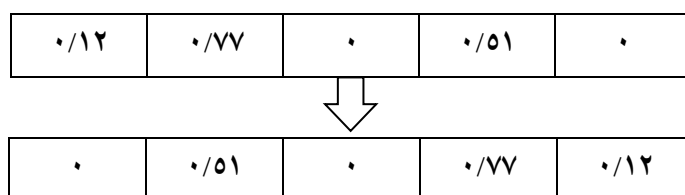
شکل ۲. شکل جهشی که مانند تقاطع زدن است

ج) برای آن که کروموزم مورد نظر تنها مقادیر گسسته را جستجو نکند، بلکه مقادیر پیوسته را هم بررسی کند، یک تابع توزیع یکنواخت معرفی می‌گردد که مقدار آن  $[۰/۲]$ ؛  $[-۰/۲]$  است. حال به تصادف یک عدد را از این بازه انتخاب کرده و آن را به اعداد ژن‌های کروموزم اضافه می‌کنیم، اگر مقادیر آنها مثبت شد جهش‌های (الف) و (ب) انجام می‌گردد، اما اگر فرض شود یکی از آنها مقدار منفی به خود گیرد آن را به صفر تبدیل کرده و سپس جهش‌های (الف) و (ب) را انجام می‌دهیم. فرض کنید عددی که به تصادف انتخاب می‌شود،  $-۰/۲$  باشد. حال این عدد را به اعداد کروموزم اصلی اضافه می‌نماییم:



<sup>۱</sup> Cross over

د) جهش دیگری که مورد استفاده قرار گرفته و فضای پیوسته را جستجو می‌کند، وارون‌سازی است که ژن‌ها از اول تا آخر و کروموزم را از آخر به اول تبدیل می‌کند. در واقع به کروموزوم یک چرخش ۱۸۰ درجه‌ای حول یک ژن را می‌دهد.



در نهایت هدف مورد نظرمان این بود که دو تابع هدف را به یک تابع تبدیل نماییم، برای یکی کردن آن‌ها از طریق تخصیص دادن وزن به هر کدام به روش تحلیل فرآیند سلسله‌مراتبی اقدام می‌نماییم. باز هم در این روش نظر فرد سرمایه‌گذار بسیار اهمیت دارد، زیرا سرمایه‌گذار تصمیم می‌گیرد که چه وزنی به تابع هدف کمینه کردن<sup>۱</sup> نسبت ریسک به بازده و چه وزنی به تابع هدف کمینه کردن هزینه اختصاص دهد. برای یکی کردن این دو تابع هدف به روش یاد شده بدین صورت عمل می‌گردد: ابتدا فرد سرمایه‌گذار از نظر اهمیت خود نسبت به دو تابع هدف I و II ارزش‌گذاری می‌کند که می‌تواند ترجیحاً عددی که به هر تابع اختصاص می‌دهد بین صفر تا ۱۰ باشد. فرض کنیم سرمایه‌گذار نسبت تابع هدف I به II را  $\frac{10}{2}$  فرض کند پس جدول تحلیل سلسله‌مراتبی به صورت ذیل تکمیل می‌شود:

جدول ۳. جدول فرآیند تحلیل سلسله‌مراتبی

	I	II
I	۱	۵
II	۰/۲	۱

<sup>1</sup> Minimize

سپس نوبت به مرحله بی‌مقیاس‌سازی<sup>۱</sup> می‌رسد. در این مرحله اعداد هر درایه را به جمع کل ستون مربوط به آن درایه تقسیم می‌کنیم.

جدول ۴. بی‌مقیاس شده جدول ۳

	I	II
I	۰/۸۳۳	۰/۸۳۳
II	۰/۱۶۷	۰/۱۶۷

سپس عناصر هر سطر را با یکدیگر جمع کرده و میانگین آن‌ها را بدست می‌آوریم. عدد بدست آمده وزن هر سطر را نشان می‌دهد.

جدول ۵. وزن هر سطر در جدول (۳)

$۰/۰+۸۳۳/۸۳۳=۱/۶۶۶$	$۰W_I'' = ۱/۸۳۳$
$۰/۰+۱۶۷/۱۶۷=۰/۳۳۴$	$W_{II}''' = ۰/۱۶۷$

حال نوبت به آن می‌رسد که این دو تابع هدف را با استفاده از اوزان بدست آمده به یک تابع تبدیل کنیم بر این اساس تابع هدفی را طراحی می‌کنیم که هدفش کمینه‌سازی دو تابع هدف دیگر است.

$$\begin{aligned} \text{رابطه ۱۸)} \quad \text{Min} [w_I'''. \left( \text{Min} \sum_{j=1}^n w_{ji}'' \frac{w'_{\delta^2 R_{jt}} \times \delta^2 R_{jt}}{w'_{R_{jt}} \times R_{jt}} \right) \\ + w_{II}'''. \left( \text{Min} \sum_{j=1}^n w_{ji}'' [(w'_{C_j} \cdot C_j \cdot x_j) \right. \\ \left. + (w'_{f_j} \cdot f_j)] \right)] \end{aligned}$$

از آنجا که تغییر اندک در مقدار تابع هدف I، تغییر چندانی در آن به وجود نمی‌آورد ولی جنس تابع هدف دوم به دلیل آنکه از نوع هزینه است، تغییر کوچک در این هزینه‌ها باعث تغییرات بزرگی از نظر عددی در تابع هدف دوم می‌شود، برای جلوگیری از

<sup>۱</sup> Normalized



بروز چنین مشکلی از قاعده‌ای به نام لکسیوگرافی استفاده می‌کنیم. بر اساس این قاعده بهترین مقدار به دست آمده از تابع هدف اول را محاسبه کرده سپس بهترین مقدار از تابع هدف دوم را بدست می‌آوریم، سپس این دو را با استفاده از قاعده یاد شده ترکیب کرده و بهترین آن را که عددی بین صفر و یک است محاسبه می‌نماییم. به برنامه کد شده موردنظر این امکان داده شده که از سه روش جواب‌ها را محاسبه کرده و آن‌ها را باهم ترکیب کند. اگر فرد مورد یک را انتخاب کند نرم‌افزار به او بهترین مقدار محاسبه شده بر اساس تابع هدف اول را می‌دهد که اسم آن را BEST1 قرار می‌دهیم. اگر این فرد مورد دوم را انتخاب کند نرم‌افزار برای او بهترین مقدار محاسبه شده بر اساس تابع هدف دوم را می‌دهد که آن را BEST2 می‌نامیم. حال اگر فرد سرمایه‌گذار مورد سوم را انتخاب کند نرم‌افزار مقادیر BEST1 و BEST2 محاسبه شده قبلی را بر اساس قاعده لکسیوگرافی<sup>۱</sup> با یکدیگر ترکیب می‌کند که بر اساس این قاعده، جنس مقادیر یاد شده هم‌نوع می‌شود. مقداری که از این رابطه محاسبه می‌شود به صورت زیر است:

$$W_I'''' \left( \frac{I-BEST1}{BEST1} \right) + W_{II}'''' \left( \frac{II-BEST2}{BEST2} \right) \quad \text{رابطه (۱۹)}$$

به‌طور کلی در این پژوهش، اطلاعات مورد نیاز با مراجعه به کتابخانه سازمان بورس و شرکت آتی‌سازان بازار و همچنین پایگاه‌های اطلاعاتی آن‌ها و نیز نرم‌افزارهای تدبیرپرداز و ره‌آورد نوین گردآوری شده است. جامعه آماری، کلیه شرکت‌های پذیرفته شده در سازمان بورس اوراق بهادار تهران و نمونه آماری، داده‌های ۵ شرکت از انواع مختلف در حوزه‌های گوناگون را در بر می‌گیرد. داده‌های کسب شده از این اطلاعات، به عنوان کدهای ورودی در الگوریتم ژنتیک چندهدفه استفاده و سپس الگوریتم به لحاظ تعاریف و محدودیت‌های تعریف شده برای آن، داده‌ها تجزیه و تحلیل و خروجی مدل به کمک نرم‌افزار MATLAB R201520B V6 استخراج گردید. مشخصات کلی الگوریتم ژنتیک طراحی شده در این پژوهش به شرح جدول (۶) است.

جدول ۶. مشخصات الگوریتم ژنتیک

تایع عملگر جهش ناگهانی	تایع گوسی	نوع جمعیت	بردار دوگانه
تایع عملگر جهش ناگهانی	۱	اندازه جمعیت	۵
تعداد نسل	۲۰	تایع انتخاب	چرخ گردان رولت
محدودیت و تاخیر زمانی	نامحدود	نرخ عملگر ضربداری	۰/۸
محدودیت تعداد نسل	نامحدود	تایع عملگر ضربداری	پراکنده
محدودیت دقت تغییر در تایع هدف	۰/۰۰۰۰۰۱	نرخ نخبه‌گرایی و مهاجرت	۰/۲

با توجه به جدول (۶)، الگوریتم ژنتیک بر اساس اندازه جمعیت تعریف شده و ۵ سبد سهام را به عنوان کروموزوم تولید و فرآیند تکامل را با ۲۰ نسل ادامه می‌دهد و در انتها، ۵ سبد طراحی شده به کمک الگوریتم ژنتیک بر اساس معیارهای ریسک و بازده اولویت‌بندی می‌شود. به منظور اجرای الگوریتم از Tool Box ژنتیک الگوریتم نرم‌افزار MATLAB استفاده شده است. همچنین برای اجرای الگوریتم از تایع PORTOPT استفاده گردیده است.

### یافته‌های پژوهش

حال این مدل را قصد داریم به شکل عملی با استفاده از برنامه و فلوجارت ذکر شده در بالا بر روی یک نمونه واقعی در بازار بورس تهران و بر روی ۵ سهم اجرا کنیم. در ۲۷ اردیبهشت ۹۵ ارزش سهام‌های خساپا، خودرو، مارون، شخارک، خپارس در ابتدای روز به ازای هر سهم در جدولی به صورت ذیل بوده است:

جدول ۷. جدول سهام و مقدار مربوط به متغیرهای هر یک

	$C_j$	$R_{jt}$	$\delta^2 R_{jt}$	$f_j$
خساپا	۲۸۴	۹٪	۸/۷	۲۰۰
خودرو	۱۸۰	۸٪	۷٪	۱۵۰
مارون	۹۳۹	۲٪/۹۳	۳٪	۶۰۰
شخارک	۸۷۰	۳٪/۸۳	۳٪/۸۱	۵۰۰
خپارس	۲۷۶	۰٪/۳۶	۰٪/۲	۱۷۰

ابتدا با استفاده از آنتروپی باید وزن هر شاخص را محاسبه کنیم که به صورت زیر

عمل می‌گردد:

$$k = \frac{1}{\ln 5} = 0.621 \quad \text{رابطه (۲۰)}$$

$$\sum c_j = 284 + 180 + 939 + 870 + 276 = 2549 \quad \text{رابطه (۲۱)}$$

$$\sum R_{jt} = 0.09 + 0.08 + 0.0293 + 0.0383 + 0.0036 = 0.2412 \quad \text{رابطه (۲۲)}$$

$$\sum \delta^2 R_{jt} = 0.087 + 0.07 + 0.03 + 0.0381 + 0.002 = 0.2271 \quad \text{رابطه (۲۳)}$$

$$\sum f_j = 200 + 150 + 600 + 500 + 170 = 1620 \quad \text{رابطه (۲۴)}$$

حال نوبت به محاسبه کردن  $p_{ij}$  هاست. جدول زیر این مقادیر را برای هر سهم نشان

می‌دهد.

جدول ۸. جدول  $P_{ij}$

	$C_j$	$R_{jt}$	$\delta^2 R_{jt}$	$f_j$
خسپا	۰/۱۱۱	۰/۳۷۳	۰/۳۸۳	۰/۱۲۳
خودرو	۰/۰۷۰	۰/۳۳۱	۰/۳۰۸	۰/۰۹۲
مارون	۰/۳۶۸	۰/۱۲۱	۰/۱۳۲	۰/۰۳۷۰
شخارک	۰/۳۴۱	۰/۱۵۸	۰/۱۶۷	۰/۳۰۸
خپارس	۰/۱۰۸	۰/۰۱۴	۰/۰۰۸	۰/۱۰۴

سپس نوبت به محاسبه  $E_j$ ها می‌رسد:

جدول ۹. جدول محاسبه  $E_j$

	$C_j$	$R_{jt}$	$\delta^2 R_{jt}$	$f_j$
$E_j$	۰/۸۷۲	۰/۸۳۲	۰/۸۲۹	۰/۸۹۶

جدول ۱۰. جدول محاسبه  $d_j$

	$C_j$	$R_{jt}$	$\delta^2 R_{jt}$	$f_j$	$\sum d_j$
$d_j = 1 - E_j$	۰/۱۲۸	۰/۱۶۸	۰/۱۷۱	۰/۱۰۴	۰/۵۷۱

جدول ۱۱. جدول محاسبه اوزان

$W_{Cj}$	$W_{Rjt}$	$W_{\delta^2 Rjt}$	$W_{fj}$
۰/۲۲۴	۰/۲۹۴	۰/۲۹۹	۰/۱۸۳

در این مثال فرض کرده ایم که تمامی شاخص‌ها برای فرد سرمایه‌گذار دارای اهمیت یکسانی هستند. از این رو  $W$  که در این مدل به آن اشاره شد برای همه شاخص‌ها برابر با یک فرض شده است، پس  $W$ های بالا را می‌توان همان  $W'$  فرض کرد. حال با مشخص شدن ورودی‌های مسئله که شامل هزینه هر سهم، بازده هر سهم، ریسک هر سهم، هزینه ثابت هر سهم و وزن هر سهم است مسئله را با استفاده از برنامه الگوریتم ژنتیک حل می‌کنیم که نتایج حاصل به صورت زیر است:

در این مثال وزن‌هایی که از طریق فرآیند تحلیل سلسله‌مراتبی حل شده است برای تابع هدف اول و دوم به ترتیب ۰/۴۵۱ و ۰/۵۴۹ است. همچنین در این مثال فرض شده است که کل دارایی فرد برابر با ۷۰۰۰ تومان است و همچنین حداکثر مقداری که از هر سهم عرضه شده است به صورت زیر می‌باشد:

جدول ۱۲. تعداد عرضه شده از هر سهم در بازار بورس

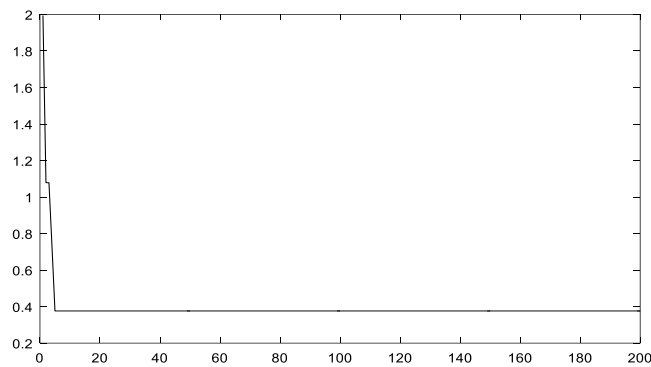
اسامی سهام	$n_j$
خسپا	۱۰
خودرو	۸
مارون	۹
خشارک	۸
خپارس	۱۰

الگوریتم حل در متلب کدنویسی شد و پس از اجرا کردن برنامه، نتایج زیر حاصل شده است:

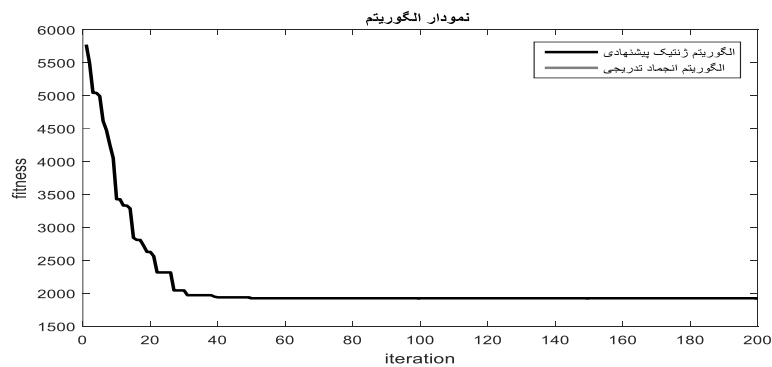
جدول ۱۳. نتایج حاصل از سه بار اجرا

	خسپا	خودرو	مارون	خشارک	خپارس	Best
Selection1	۰	۰	۰/۳۸۲۱	۰/۴۳۵۹	۰/۱۸۲۰	۰/۹۴۱۷۳
Selection2	۰/۱۹۰۷	۰	۰/۴۰۹۰	۰/۴۰۰۳	۰	۵۵۰/۷۵۲۱
Selection3	۰	۰	۰/۴۰۰۴	۰/۴۱۷۹	۰/۱۸۱۷	۴/۹۳۱۷

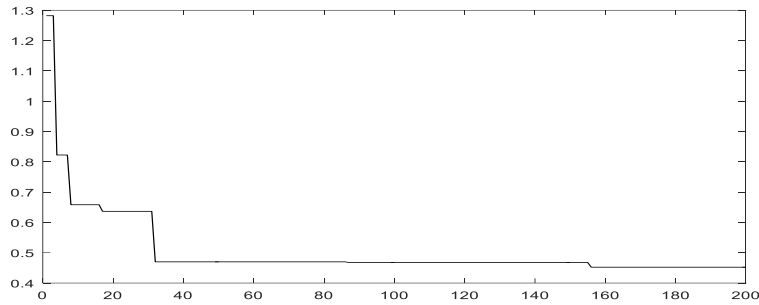
برنامه ما به این صورت عمل می‌کند که یک بار از طریق تابع هدف کمینه کردن ریسک به بازده مقدار بهینه آن را محاسبه می‌کند که در جدول (۱۳)، selection1 نشانگر این موضوع است و یک بار از طریق تابع هدف کمینه کردن هزینه مقدار بهینه آن را محاسبه می‌کند که selection2 این موضوع را نشان می‌دهد. در نهایت با استفاده از ترکیب کردن این دو تابع هدف مقدار نزدیک به بهینه آن را محاسبه می‌کند که در جدول فوق selection3 این موضوع را نمایش می‌دهد. جداول زیر روند بهینه شدن حل مسئله در طی این فرآیند و مقایسه کردن آن با محدودیت‌های یاد شده را نشان می‌دهد. این جداول، حاصل اجرای برنامه در سه مرحله ذکر شده می‌باشد.



شکل ۳. مربوط به تابع هدف کمینه کردن ریسک به بازده که همان selection یک است



شکل ۴. مربوط به تابع هدف کمینه کردن هزینه که همان selection دو است



شکل ۵. بینه کردن همزمان دو تابع هدف کمینه کردن هزینه و نسبت ریسک به بازده

بر اساس سه نمودار بالا همان گونه که مشاهده می کنید برنامه پس از اجرا شدن در اثر جهش هایی که در آن اعمال شده است باعث می شود که مقدار تابع هدف به سرعت و با شدت بهبود یابد. در برنامه بالا تعداد ۲۰۰ تکرار مورد بررسی قرار گرفت. همان گونه که مشاهده می کنید بعد از مدتی تکرارهای شبیه به هم برنامه متوقف می شود و این یکی از شرایط خاتمه الگوریتم محسوب می گردد. همین تابع هدف بار دیگر در متلب به صورت قطعی و نه الگوریتم ابتکاری کدنویسی شد. شکل تابع هدف پس از دخیل کردن اوزان در آن ها به صورت ذیل است:

$$\text{Min } 4.7X_1 + 3.03X_2 + 15.84X_3 + 14.67X_4 + 4.65X_5 + 22.32 \quad \text{رابطه (۲۵)}$$

$$184X_1 + 180X_2 + 939X_3 + 870X_4 + 276X_5 \leq 7000 \quad \text{رابطه (۲۶)}$$

$$0 \leq X_1 \leq 4 \quad \text{رابطه (۲۷)}$$

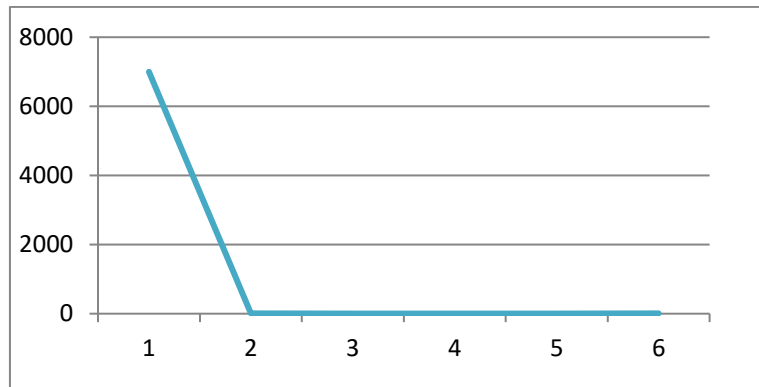
$$0 \leq X_2 \leq 3 \quad \text{رابطه (۲۸)}$$

$$0 \leq X_3 \leq 3 \quad \text{رابطه (۲۹)}$$

$$0 \leq X_4 \leq 3 \quad \text{رابطه (۳۰)}$$

$$0 \leq X_5 \leq 4 \quad \text{رابطه (۳۱)}$$

$$0.833(0.09X_1 + 0.08X_2 + 0.0293X_3 + 0.0383X_4 + 0.0036X_5) \leq 0.1 \quad \text{رابطه (۳۲)}$$



شکل ۶. نمودار حاصل از حل در متلب

برای بررسی صحت عملکرد الگوریتم فوق و توصیف دستاوردهای این پژوهش تلاش شده تا داده‌های فوق را با سه بورس دیگر که عبارتند از Hang seng در هنگ کنگ، DAX در آلمان و FSTE در انگلستان و برای هر کدام به ازای همان ۵ سهم مقایسه کنیم. با فرض این که توزیع احتمال مقدار کوواریانس داده‌های بورس ایران با سه بورس دیگر تقریباً نرمال باشد، پارامترهای الگوریتم برای هر ۴ بورس که همان طول کروموزوم و همان تعداد سهم هاست و همچنین میزان جهش و نخبه و ترکیب بر اساس جدول (۱۴) به این شرح است لازم به ذکر است که تمام محاسبات در زبان برنامه نویسی MATLAB 2014 و تحت سیستم عامل ویندوز 7 و رایانه پنتیوم 2.4GHZ اجرا شده‌اند.

جدول ۱۴. پارامترهای الگوریتم به ازای چهار بورس

بورس	طول کروموزوم	اندازه جمعیت	تعداد نسل	ترکیب	جهش	نخبه
IRAN	۵	۵۰	۲۰۰	۸۰٪	۱۷٪	۳٪
Hang seng	۵	۵۰	۳۰۰	۸۰٪	۱۷٪	۳٪
DAX	۵	۵۰	۳۰۰	۸۰٪	۱۷٪	۳٪
FSTE	۵	۵۰	۳۰۰	۸۰٪	۱۷٪	۳٪

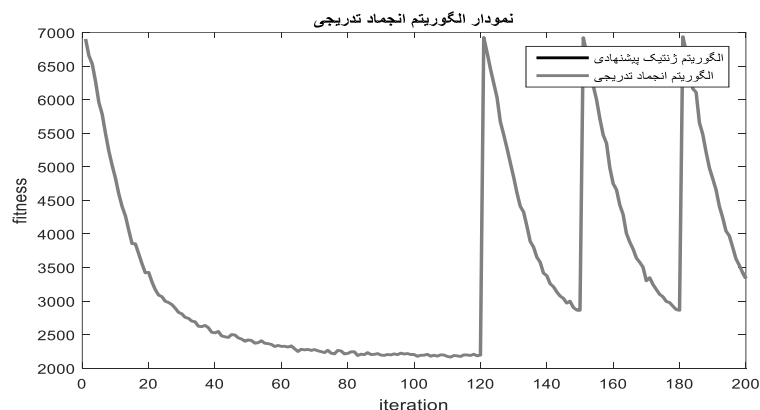
در این الگوریتم، دقت بر اساس فاصله از جبهه بهینه استاندارد محاسبه می‌شود. آزمایش‌ها نشان می‌دهد که دقت الگوریتم پیشنهادی مستقل از تعداد سهام (دقت

آزمایش‌ها نزدیک به هم است) و همچنین رابطه سرعت الگوریتم با تعداد نسل‌ها خطی است. این آزمایش قبلاً با استفاده از الگوریتم تبرید شبیه‌سازی شده<sup>۱</sup> (SA) و به ازای  $\lambda = 5/0$  بر روی داده‌های چهار بورس صورت پذیرفته بود، که زمان اجرا و دقت جواب‌ها در جدول (۱۵) ثبت شده است.

جدول ۱۵. نتایج اجرای الگوریتم به ازای  $\lambda = 5/0$

بورس	زمان اجرا (دقیقه)	ریسک	برگشت	دقت
IRAN	۱/۱۳	۰/۰۰۸۹۹	۰/۰۰۲۳۱	۹۸٪/۹۷
Hang seng	۲/۱۲	۰/۰۰۹۱۱	۰/۰۰۱۰۰	۹۶٪/۵۷
DAX	۲/۱۴	۰/۰۰۷۵۹	۰/۰۰۱۰۳	۹۷٪/۹۷
FSTE	۲/۱۸	۰/۰۰۸۴۶	۰/۰۰۱۲۳	۹۷٪/۷۵

روند پیشرفت الگوریتم در سه بورس دیگر شباهت زیادی به الگوریتم مورد نظر ما دارد که مقدار برآزش بهترین کروموزوم هر نسل به سرعت کاهش می‌یابد و به کمترین مقدار می‌رسد. الگوریتم مورد نظر ما در دو سوم اولیه نسل‌ها به جواب قابل قبولی می‌رسد و در نتیجه در شرایطی که سرعت بالا مدنظر است در مدت زمان کوتاهی به جواب مناسب دست یابد. نمودار حاصل از الگوریتم انجماد تدریجی به صورت ذیل می‌باشد.

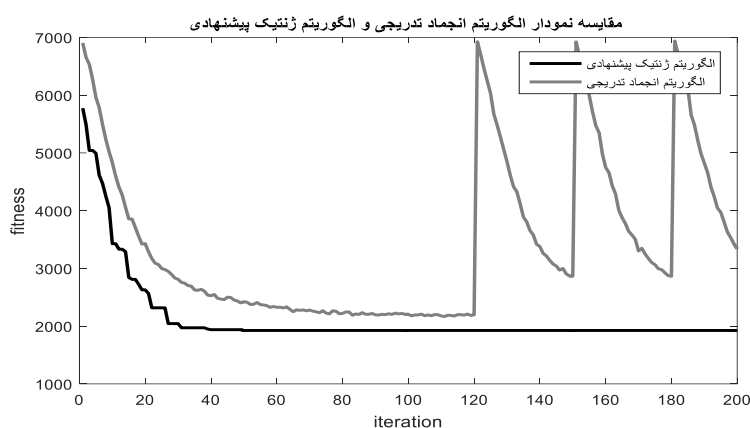


شکل ۷. نمودار حاصل از الگوریتم انجماد تدریجی

<sup>1</sup> Simulated Annealing

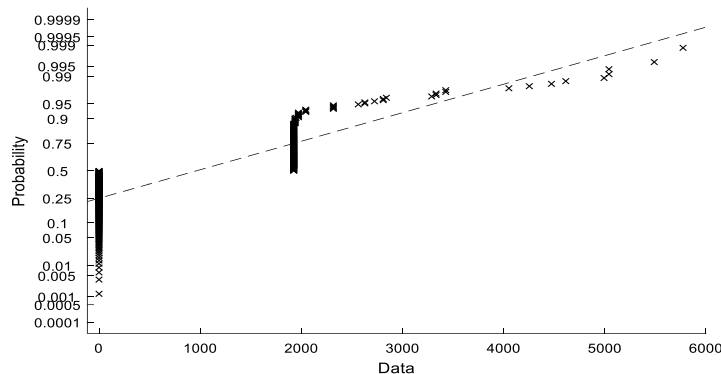


با مقایسه دو نمودار حاصل از الگوریتم ژنتیک پیشنهادی در این پژوهش و الگوریتم انجماد تدریجی به کار گرفته شده در بررسی‌های قبلی نمودار جبهه پارتو<sup>۱</sup> زیر حاصل می‌گردد.



شکل ۸. جبهه پارتو مقایسه دو نمودار حاصل از الگوریتم انجماد تدریجی و الگوریتم ژنتیک پیشنهادی

از مقایسه دو نمودار بالا متوجه می‌شویم که در الگوریتم انجماد تدریجی، جواب اولیه برای شروع الگوریتم با توجه به نمودار شکل (۶) که به صورت قطعی حل شده، نزدیک‌تر است ولی در ادامه راه این الگوریتم ژنتیک است که بهبود بیشتری در پاسخ‌ها داده و به نتایج بهتری منجر می‌گردد. همچنین پراکندگی جواب‌ها به ازای اوزان متفاوتی که به هر یک از پارامترهای تابع هدف داده می‌شود به صورت نمودار شکل (۹) است.



شکل ۹. پراکندگی جواب‌های به ازای اوزان مختلف

یکی از دلایل مهمی که الگوریتم ژنتیک پیشنهادی در این پژوهش عملکرد بهتری را نسبت به الگوریتم SA دارد آن است که الگوریتم انجاماد تدریجی به مقدار اولیه وابستگی بسیاری دارد. شاید اگر بجای انتخاب اعداد تصادفی در بازه صفر و یک، از حالت باینری استفاده می‌شد، نتایج بهتری حاصل می‌گردید اما اساس این پژوهش بر این روش قرار داده شده است. مورد دیگر آن است که بر اساس اشکال (۷) و (۸)، الگوریتم انجاماد تدریجی دائماً در بهینه محلی به دام می‌افتد که برای حل مسئله بهینه‌سازی سبد سهام و بر اساس روش ابداعی این پژوهش روند حل را طولانی‌تر می‌کند چرا که اگر متغیر دمای اولیه در SA به درستی انتخاب نگردد، دچار بروز این مشکل می‌شود. در نتیجه توصیه می‌شود که معمولاً از یک الگوریتم به مانند جستجوی همسایگی متغیر برای پیدا نمودن جواب اولیه به صورت ترکیبی با الگوریتم انجاماد تدریجی استفاده گردد.

در الگوریتم ژنتیک می‌توانیم حل را با الگوریتم انجاماد تدریجی آغاز کرده و سپس با ژنتیک به جستجوی جواب پیردازیم ولی پیش‌بینی مقدار اولیه مناسب برای متغیرهای مسئله انتخاب سبد سهام با الگوریتم انجاماد تدریجی، بدون Benchmark ممکن نیست. دلیل دیگری که الگوریتم ژنتیک پیشنهادی از الگوریتم انجاماد تدریجی در این مسئله عملکرد بهتری از خود نشان داد آن است که الگوریتم ژنتیک این امکان را می‌دهد که با جهش‌ها و یا تقاطع در کروموزوم‌های پیشنهادی، از به دام افتادن در بهینه محلی اجتناب

کند در حالی که در الگوریتم انجماد تدریجی باید تلاش نمود تا تعداد کمینه‌های محلی عمیق یا حالاتی که به میزان زیادی از همسایه‌هایشان کیفیت کمتری یا به اصطلاح انرژی کمتری دارند را کاهش داد. چنین نقاطی می‌توانند به احتمال بسیار بالایی و تقریباً متناسب با کل تعداد حالات در یک همسایگی و برای زمان زیادی که یک تابع نمایی است، الگوریتم انجماد تدریجی را با مشکل مواجه کنند و اگر شرط پایان اجرای الگوریتم را زمان در نظر بگیریم، در این حالات الگوریتم ژنتیک پیشنهادی این پژوهش، نتایج مناسب‌تری را نشان می‌دهد.

### نتیجه‌گیری و پیشنهادها

بر اساس مقایسه‌ای که بین مدل ارائه شده در این مقاله و مدل‌های ارائه شده در سایر مقالات انجام گرفته می‌توان به این نکته اشاره کرد که مدل مذکور در این پژوهش سعی کرده تا با قرار دادن وزن برای هر یک از شاخص‌های یاد شده تأثیر هر کدام را در انتخاب فرد سرمایه‌گذار برای گزینش یک سهم خاص مدنظر قرار دهد. همچنین در این مدل برای سلیقه احتمالی فرد سرمایه‌گذار تدبیری اندیشیده شده که شما آن را در آنتروپی و با تحت تأثیر قرار دادن  $\lambda$  در مقدار  $w$  که در نهایت آن را  $w'$  نامیدیم مشاهده می‌کنید. یکی دیگر از ویژگی‌های این مدل که برای اولین بار ارائه شده است، این است که سعی کرده تا یک فرد سرمایه‌گذار نتواند نصف و بیشتر از نصف اوراق انتشار داده شده در هر سهم را خریداری کند. در واقع برای فرد سرمایه‌گذار سقفی مشخص شده است. همچنین برای جلوگیری از ضرر کردن فرد سرمایه‌گذار در این مسئله و در این مدل یک حداقل نرخ بازده مورد انتظار سرمایه‌گذار معرفی شده است تا هر انتخابی که بازده‌اش از این میزان کمتر باشد در همان ابتدا رد شود. در ارتباط با روند حل مسئله می‌توان به این موضوع اشاره کرد که یکی از خصوصیات این مدل آن است که نه تنها داده‌های گسسته بلکه داده‌های پیوسته را نیز مورد بررسی قرار می‌دهد.

در زمینه جهش زدن بر روی جمعیت اصلی و هر یک والد‌ها یکی از خصوصیات روند حل قرار دادن یک چرخش متشکل از ۶ جهش است. همچنین برای دو تابع هدفی که در این مدل ذکر کردیم، با استفاده از فرآیند تحلیل سلسله‌مراتبی وزنی قائل شدیم که این وزن‌ها دست سرمایه‌گذار را برای اعمال سلیقه در این مدل باز می‌گذارد و در نهایت با استفاده از لکسیوگرافی باز این دو تابع هدف را یک جنس کرده و در یک تابع هدف که کمینه کردن مجموع این دو تابع است به کار می‌گیریم. یکی از راه‌هایی که می‌تواند در پیشبرد این تحقیق مؤثر باشد شاید تعیین جواب اولیه با استفاده از الگوریتم انجماد تدریجی و حل آن با استفاده از الگوریتم ژنتیک باشد که به نظر اینجانب از نقاط ضعف این مقاله محسوب می‌شود.

برای سرد و گرم کردن سیستم از روال حاکم بر الگوریتم‌های تبرید تدریجی استفاده شود. همچنین می‌توانیم یک جبهه پارتو تعیین کنیم تا مسیر حرکت الگوریتم را به ما نشان دهد. از طرفی این کار می‌تواند به پی بردن به صحت کاهش انرژی و یا عدم قرار گرفتن در یک بهینه محلی کمک کند. و این کار با استفاده از تعیین راه‌های مختلف امکان‌پذیر است. پیشنهاد دیگر برای بهبود الگوریتم‌های حل، این است که از یک الگوریتم مانند جستجوی همسایگی متغیر برای تعیین یک جواب اولیه استفاده شود و سپس از الگوریتم دیگری برای حل مدل استفاده گردد. این کار برای هر سه مرحله قابلیت اجرایی دارد. در واقع می‌توانیم از چهار الگوریتم استفاده کنیم که دو الگوریتم برای تعیین مقدار اولیه و دو الگوریتم دیگر برای بهبود حل مدل است و در نهایت این چهار الگوریتم را به یکدیگر مرتبط سازیم. به عبارت دیگر، دو الگوریتم هیبریدی را با یکدیگر ترکیب می‌کنیم. از طرفی برای بی‌مقیاس‌سازی از روش نوین ارتجاعی بهره ببریم.

## منابع

- Anagnostopoulos, K. & Mamanis, G. (2009). Multiobjective evolutionary algorithms for complex portfolio optimization problems. *Springer-Verlag*, 8(3): 259-279.
- Anagnostopoulos, K. & Mamanis, G. (2009). Multiobjective evolutionary algorithms for complex portfolio optimization problems. *Springer-Verlag*, 8(3): 259-279.
- Armananzas, R. & Lozano, J. A. (2005). A multiobjective approach to the portfolio optimization problem. *IEEE congress on evolutionary computation*, 2: 1388-1395.
- Chang-Chun Lin, Yi-Ting Liu\_Genetic algorithms for portfolio selection problems with minimum transaction lots (2008).
- Derakhshan, M., Golmakani, H. & Hanafizadeh, P. (2012). Multiobjective Portfolio Selection of Tehran Stock Exchange with the Metaheuristic Optimization Approach. *International Journal of Industrial Engineering and Production Management*, 23(3): 318-331. (in Persian).
- Fernandez, A. , Gomez, S. , "Portfolio Selection Using Neural Networks", *Computers & Operations Research*, No. 34, pp. 1177-1191, 2007.
- HosseinDastkhan, Naser Shams Gharneh, HamidRezaGolmakani. \_ A linguistic-based portfolio selection model using weighted max–min operator and hybrid genetic algorithm (2011).
- Irina Bolshakova, Mikhail Kovalev\_portfolio optimization problems (2009).
- Khaleiji, M., Zeiaee, M., Tabei, A., Jahed-Motlagh, M.R. & Khaloozadeh, H. (2009). Dynamically Weighted Continuous Ant Colony Optimization for Bi- Objective Portfolio Selection Using Value-at-Risk. *Third Asian International Conference on Digital Object Identifier*, 1(2): 230-235.
- Khaleiji, M., Zeiaee, M., Tabei, A., Jahed-Motlagh, M.R. & Khaloozadeh, H. (2009). Dynamically Weighted Continuous Ant Colony Optimization for Bi- Objective Portfolio Selection Using Value-at-Risk. *Third Asian International Conference on Digital Object Identifier*, 1(2): 230-235.
- Li, H. & Zhang, Q. (2009). Multiobjective Optimization Problems with Complicated Pareto Sets, MOEA/D and NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Comutation*, 13(2): 284-302.
- Lilian Noronha Nassif, João Carlos Santiago Filho, José Marcos Nogueira\_ Project Portfolio Selection in Public Administration Using Fuzzy Logic (2013).
- Lin, C. M. , Gen, M. , "An Effective Decision-based Genetic Algorithm Approach to Multi-objective Portfolio Optimization Problem" , *Applied Mathematical Sciences* ,Vol. 1, No. 5, pp. 201-210, 2007.
- Maciej Nowak\_ Project Portfolio Selection Using Interactive Approach (2013).
- Markowitz, H, Todd, P, Xu, G, & Yamane, Y. (1993). Computation of mean-semi variance efficient sets by the critical line algorithm. *Annals of Operations Research*, 45, 307–317.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *Journal of Finance*, 7, 77–91.
- Markowitz, H. (1956). The optimization of a quadratic function subject to linear constraints. *Naval Research Logistics Quarterly*, 3, 111–133.
- Mishra, S.K., Panda, G. & Meher, S. (2009). Multi-objective particle swarm optimization approach to portfolio optimization. *World Congress on Nature & Biologically Inspired Computing*. DOI:10.1109/NABIC.2009.5393659.
- Raei, R.(2002). Creating stock portfolios for risky investors: Comparison of Neural Networks and Markovitz Models,2(2):77-96.(in persian)
- Shahalizadeh, M & Memariani, A.(2002). Mathematical Framework Selection of stock portfolios with multiple goals. *Accounting and Audit review*,10(23):83-110.(in persian)
- Skolpadungket, P., Dahal, K. & Harnpornchai, N. (2007). Portfolio optimization using multi-objective genetic algorithms. *IEEE congress on evolutionary computation*, CEC: 516-523. DOI: 10.1109/CEC.2007.4424514.
- Speranza, M. Grazia. (1995). A Heuristics Algorithm for A Portfolio Optimization Model Applied To the Milan Stock Market, *Computer & Ops Res*, 5., 433-441.
- Tanaka, H. , Guo, P. , Turksen, I. B. , "Portfolio Selection Based on Fuzzy Probabilities and Possibility Distributions", *Fuzzy sets and Systems*, No. 111, pp. 387-397, 2000.
- Vafaei Jahan, M. , Akbarzadeh Tootonchi, M. R. , "Spin Glass Portfolio Selection," *Proceeding of First Joint Congress on Fuzzy and Intelligent Systems*, pp. 29-31, Aug 2007.
- Werner, J. C. , Fogarti, T. C. , "Genetic Control Applied to Asset Managements", *EuroGP, LNCS*, pp. 192-201,2002.
- Yousef Kilani\_ Comparing the performance of the genetic and local search algorithms for solving the satisfiability problems (2010).

شناسه دیجیتال (DOI): 10.22091/jemsc.2019.1294

استناد به این مقاله:

بهنامیان، جواد؛ مشرفی، محمد. (۱۳۹۷). «بهبودسازی چندهدفه مسئله سبد سهام با استفاده از تحلیل سلسله‌مراتبی و الگوریتم ژنتیک». *مدیریت مهندسی و رایانش نرم*، ۷(۱)، ۷۳-۱۰۱.