University of Qom
Engineering Management and Soft Computing
JEMSC.QOM
Online ISSN: 2538-2675

A Multi-Objective Approach to Portfolio Optimization Problem Using the Analytic Hierarchy Process (AHP) and Genetic Algorithm

Mohammad Moshrefi[1] and Javad Behnamian[2]✉

1. Msc, Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Bu-Ali Sina University, Hamedan, Iran. Email: mohammadmoshrefi1371@gmail.com
2. Correspnding author, Associate Professor, Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Bu-Ali Sina University, Hamedan, Iran. Email: behnamian@basu.ac.ir

Article Info

Article type:
Research Article

Article history:
Received 2022 May 2
Received in revised form 2022 Jun 3
Accepted 2022 Jun 10
Published online 2022 Sep 16

Keywords:
Analytic hierarchy process (AHP),
genetic algorithm,
portfolio optimization.

ABSTRACT

This study analyzes the portfolio optimization model, by considering the financial management and investment science in order to evaluate risks and return in regard with restrictions such as buyers' assets for purchasing per share. Accordingly, a novel model is designed as linear programming in order to optimize the investment portfolio, considering the expected rate of return, the minimum risk, and the buyer's assets. After the introduction of the model as linear programming and expressing the related limitations, different types of investments which an investor can consider in order to form an investment portfolio were studied. Finally, an approach is proposed to solve the model by using the genetic algorithm, and is implemented and analyzed in regard with a real example. According to the results of this study, the new model reduced downside risk in comparison with previously proposed models, in a manner that its stair descent continues as the number of shares under study increases.

Cite this article: Moshrefi, M. & Behnamian, J. (2022). A Multi-Objective Approach to Portfolio Optimization Problem Using the Analytic Hierarchy Process (AHP) and Genetic Algorithm. *Enginiiring Management and Soft Computing, 8* (1). 49-70. **DOI**: https://doi.org/10.22091/jemsc.2019.1294

© The Author(s)
DOI: https://doi.org/10.22091/jemsc.2019.1294
Publisher: University of Qom

JEMSC.QOM
شاپا الکترونیکی: ۲۶۷۵-۲۵۳۸

مدیریت مهندسی و رایانش نرم

دانشگاه قم

بهینه‌سازی چندهدفه مسئله سبد سهام با استفاده از تحلیل سلسله‌مراتبی و الگوریتم ژنتیک

محمد مشرفی[۱] و جواد بهنامیان[۲]✉

۱. کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران. رایانامه: MohammadMoshrefi1371@gmail.com

۲. نویسنده مسئول، دانشیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران. رایانامه: Behnamian@basu.ac.ir

اطلاعات مقاله

نوع مقاله: مقاله پژوهشی

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۲/۱۲

تاریخ بازنگری: ۱۴۰۱/۰۳/۱۳

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۳/۲۰

تاریخ انتشار: ۱۴۰۱/۰۶/۲۵

کلیدواژه‌ها:
الگوریتم ژنتیک،
بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری،
تحلیل سلسله‌مراتبی.

چکیده

این پژوهش با در نظر گرفتن دانش مدیریت مالی و سرمایه‌گذاری جهت ارزیابی ریسک و بازده با توجه به محدودیت‌هایی از قبیل دارایی فرد خریدار برای خرید هر سهم، به تجزیه و تحلیل مدل مبنایی بهینه‌سازی سبد سهام پرداخته است. بر این اساس، مدلی جدید را در قالب برنامه‌ریزی خطی جهت بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری و با در نظر گرفتن نرخ بازده مورد انتظار و حداقل ریسک و دارایی فرد، طراحی شده است. بعد از مطرح کردن مدل مورد نظر در قالب برنامه‌ریزی خطی و بیان محدودیت‌های مربوط به آن، انواع مختلف سرمایه‌گذاری را بررسی کرده که یک سرمایه‌گذار می‌تواند جهت تشکیل سبد سرمایه‌گذاری خود، آنها را مورد بررسی قرار دهد. در نهایت، برای حل این مدل یک روش با استفاده از الگوریتم ژنتیک ارائه و در ارتباط با نمونه‌ای واقعی اجرا و تحلیل می‌شود. بر اساس نتایج این تحقیق، مدل جدید ریسک نامطلوب را به میزان بسیار زیادی در مقایسه با مدل‌های ارائه شده‌ی قبلی کاهش داده است به گونه‌ای که این روند با افزایش تعداد سهام مورد مطالعه به صورت پله‌ای و نزولی ادامه می‌یابد.

استناد: مشرفی، محمد؛ و بهنامیان، جواد. (۱۴۰۱). «بهینه‌سازی چندهدفه مسئله سبد سهام با استفاده از تحلیل سلسله‌مراتبی و الگوریتم ژنتیک». *مدیریت مهندسی و رایانش نرم*، دوره ۸ (۱). صص: ۷۰-۴۹. https://doi.org/10.22091/jemsc.2019.1294

ناشر: دانشگاه قم

© نویسندگان.

CC BY NC

۱) مقدمه

امروزه با انتشار اوراق مشارکت و عرضه سهام گوناگون توسط شرکت‌های مختلف دولتی و خصوصی در بسیاری از کشورها و خرید این اوراق یا سهام توسط افراد عام، این موضوع مطرح می‌شود که یک فرد با دارایی محدود چگونه می‌تواند از این فرصت اقتصادی پیش آمده در جهت کسب منافع بیشتر و افزایش سود ناشی از سرمایه‌گذاری بر روی این سهام استفاده کند. مفاهیم سرمایه‌گذاری و بهینه‌سازی انتخاب سبد سهام برای اولین بار توسط لوییس بچلیرس (۱۹۰۰) در پایان نامه دکترای خود که دفاعیه آن در پاریس بود مطرح شد. البته تئوری بهینه‌سازی سبد سهام توسط دو برنده جایزه نوبل به نام‌های کانتروویچ و کوپمانز قبلا مطرح شده بود، اما عمومیت کمتری بین مدیران مالی پیدا کرده بودند. تئوری سهام مدرن (پیشرفته) برای نخستین بار در کاری نوشته شده توسط مارکوویتز (۱۹۵۰) و شارپ (۱۹۶۴) که برندگان جایزه نوبل ۱۹۹۰ بودند تجدیدنظر شد. این تئوری‌ها اهمیت زیادی دارند. آنچه تا به امروز در محاسبات مالی و در زمینه انتخاب سهام و سبد سرمایه‌گذاری عنوان شده است به گونه‌ای، سرمایه‌گذاری‌های موجود را از لحاظ درجه ریسک و نرخ بازده، به ترتیب اولویت‌بندی می‌نمایند، تا بدین طریق سرمایه‌گذار بتواند با در نظر گرفتن امکانات مالی و سایر سیاست‌های فراروی خود، پورتفوی مطلوب خویش را تشکیل دهد. وقتی که یک فرد سرمایه‌گذار با سهام متفاوتی روبرو می‌گردد، بایستی که در مورد تعداد سهم‌های انتخابی و میزان سرمایه‌گذاری در هر کدام از آنها تصمیم‌گیری نماید که در این شرایط فرآیند تصمیم‌گیری بسیار دشوار می‌باشد. ترکیب سبد مورد نظر می‌تواند حاصل تصمیمات اتفاقی و غیر مرتبط سرمایه‌گذار یا نتیجه برنامه‌ریزی سنجیده وی باشد.

۲) پیشینه پژوهش

فنون موجود در مباحث مدیریت مالی در مورد تعیین میزان هر نوع سرمایه‌گذاری با در نظر گرفتن شرایط یاد شده ناتوان هستند. نگاهی به تکنیک‌های برنامه‌ریزی ریاضی نشان می‌دهد که آنها با در نظر گرفتن تابع هدف مسئله میزان و ترکیب بهینه‌ای را از مسئله موجود در اختیارمان قرار می‌دهند. بنابراین، به نظر می‌رسد که ادغام تکنیک‌های برنامه‌ریزی خطی و تکنیک‌های بهینه‌سازی چندهدفه و ترکیب آن با الگوریتم فراابتکاری ژنتیک و مباحث مطرح شده در مدیریت مالی بتواند در جهت ساخت مدلی ریاضی جهت حل مشکل یاد شده یاری‌رسان باشد.

میشرا، پاندا و مهر (۲۰۰۹)، الگوریتم MOPSO را برای حل مسئله بهینه‌سازی سبد سهام به کار بردند و نتایج آن را با روش‌های NSGA-II، SPFGA و SPEA مقایسه نمودند. اهداف بهینه‌سازی، بیشینه کردن بازده و کمینه کردن انحراف معیار به عنوان سنجه ریسک است. اسکول پادانگت، داهال و هارن پورن‌چای (۲۰۰۷)، مسئله بهینه‌سازی سبد سهام را با در نظر گرفتن مدل میانگین- واریانس برای برخی الگوریتم‌های بهینه‌سازی تکاملی چندهدفه بررسی کردند و نشان دادند SPEA-II بهترین الگوریتم در مقایسه با الگوریتم‌های دیگر است.

آناگاس، پولس و ممانیز (۲۰۰۹) از سه الگوریتم بهینه‌سازی تکاملی چندهدفه، شامل NSAGA-II ، PESA و SPEA-II برای حل مسئله بهینه‌سازی سبد سرمایه استفاده کردند و معیار واریانس را در مدل میانگین- واریانس، با معیارهای VAR و CVAR نیز جایگزین کردند. نتایج این مقاله نشان داد با به کارگیری مدل میانگین- واریانس، تمام الگوریتم‌های

یاد شده، تخمین بسیار نزدیکی به سطح بهینه پارتو دارند. همچنین الگوریتم SPEA-II بهترین پاسخ‌ها را از نظر گستردگی می‌دهد. آرمنزس و لوزانو (۲۰۰۵) به مقایسه سه الگوریتم فراابتکاری به نام‌های GLS، SA و ACO پرداختند و نشان دادند ACO و SA یکی از بهترین بهینه‌سازها هستند. مطالعات ایرانی در زمینه حل مسئله بهینه‌سازی سبد سهام بسیار کم است و از این میان نیز تنها تعداد کمی از پژوهش‌ها از الگوریتم‌های بهینه‌سازی چندهدفه تکاملی برای حل مسئله استفاده کرده‌اند. خلیجی و همکارانش از الگوریتم مورچگان پیوسته دو هدفه برای بهینه‌سازی استفاده کردند و معیار VAR را به عنوان سنجه ریسک به کار بردند و نشان دادند که جبهه پارتو بدست آمده در مقایسه با روش NSGA-II همگرایی بیشتر و گستردگی کمتری دارد (خلیجی، ضیائی، طاعی، جاهد مطلق و خالوزاده، ۲۰۰۹).

درخشان، گل‌مکانی و حنفی‌زاده (۱۳۹۱) نیز از مدل مارکوویتز استفاده کرد و الگوریتم ترکیب‌یافته بهینه‌یابی اجتماع مورچگان را به منظور بهینه‌سازی به کار برد. نتایج نشان داد روش ارائه شده نتایج بهتری نسبت به سایر روش‌ها مانند PSO و P-ACO به‌دنبال دارد. زارعی مروجی (۲۰۱۳)، از یک مدل ترکیبی بر مبنای تئوری مجموعه و الگوریتم ژنتیک جهت پیش‌بینی قیمت سهام استفاده نمودند. داده‌های مورد استفاده در مطالعه آن‌ها از بازار سهام تهران (صنعت خودروسازی) گرفته شدند که متعلق به سال‌های ۲۰۰۲ تا ۲۰۱۲ بودند. نتایج تحقیق آن‌ها نشان داد که الگوریتم ژنتیک توانایی پیش‌بینی بهتری نسبت به تئوری مجموعه داشته و الگوریتم ترکیبی توسعه داده شده نیز عملکرد بهتری نسبت به هر دو الگوریتم ذکر شده خواهد داشت.

قربانی و ربانی (۲۰۰۹) و رفیعی و ربانی (۲۰۰۹)، به‌ترتیب نمونه‌هایی از به کارگیری مدل‌های تصمیم‌گیری چندهدفه و مدل‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره برای مسئله انتخاب سبد سهام هستند. یکی دیگر از مدل‌های پرکاربرد در این زمینه، مدل عدد صحیح مختلط است که علت استفاده عمده از این مدل وجود متغیرهای صفر و یک در انتخاب سهم‌های مختلف است و نمونه‌هایی از این مدل را می‌توان در مقاله بوجون و همکاران (۲۰۰۱) یافت.

در این پژوهش نشان داده خواهد شد که چگونه مدل‌های بهینه‌سازی، می‌توانند به گونه‌ای به مسائل مالی تعمیم داده شوند به طوری که خصوصیات مرتبط با مسئله واقعی را نشان دهند. در مدل الگوریتم ژنتیک[1] ارائه شده در این مقاله با به کارگیری جهش زدن و تقاطع بر اساس یک حلقه بر طبق قاعده همسایگی که به ترتیب از جابجایی دو ژن شروع شده و با راندن ژن‌ها به جلو و معکوس کردن کروموزوم ادامه می‌یابد سعی شده است تا فضای بزرگتری از جواب‌های احتمالی را مورد بررسی قرار دهد. از طرفی، وزن قائل شدن با استفاده از قواعد آنتروپی به هر یک از معیارهای ریسک، بازده، هزینه هر سهم و هزینه ثابت برای سرمایه‌گذاری در این مدل به طور مشهود مورد استفاده قرار می‌گیرد. پیوند دو تابع هدف که اولی، کمینه کردن نسبت ریسک به بازده و دیگری کمینه کردن هزینه خرید سهام است، با استفاده از قاعده فرآیند تحلیل سلسله‌مراتبی و قاعده لکسیوگرافی در این مدل مطرح شده است.

این مدل این امکان را به استفاده کننده که در واقع سرمایه‌گذاراست می‌دهد که تمامی سلایق خود یا هدف‌گذاری خود یا ارزش‌گذاری خود بر هر یک از شاخص‌ها، را اعمال کند. در اکثر مقاله‌ها مانند مدل اسپرانزا که قبلاً به آن اشاره

[1] Genetic Algorithm

شد، یک حالت خاص را مدنظر قرار می‌دادند مثلا آنکه یک حالت صفر–یک[2] را در نظر می‌گرفتند، این بدان معنی است که چه سهمی بخریم یا از خرید منصرف شویم. ولی خلاً بزرگ موجود در این پژوهش‌ها آن بود، آن زمان که دانستیم که از چه سهمی باید خریداری شود، مقدار سهم خریداری شده چه قدر باید باشد. در حالتی دیگر اگر مقداری برای یک سهم به دست می‌آمد شامل مقادیر گسسته بود. یکی از خصوصیات این پژوهش این است که داده‌های پیوسته را نیز مورد بررسی قرار می‌دهد و بدین ترتیب فضای بزرگتری از حل را مورد بررسی و کاوش قرار می‌دهد. در این تحقیق از چرخه رلت ویل[3] که دارای توزیع یکنواخت است و امکان حضور همه پاسخ‌های احتمالی در این مدل وجود دارد، به کار گرفته شده است. به این منظور جدولی طراحی شده است که مقایسه‌ای بین آنچه که پژوهشگران در گذشته انجام داده‌اند و آنچه که ما انجام داده‌ایم را نشان می‌دهد.

شاخص‌های مقایسه همان پارامترهایی است که اهمیت زیادی در حل مسئله پورتفوی را دارا است. این عوامل عبارتند از: ۱- توجه به ریسک و بازده هر سهم ۲- توجه به آورده اولیه فرد سرمایه‌گذار ۳- مشخص کردن درجه اهمیت تحت عنوان وزن دادن به هر یک از شاخص‌های تعیین کننده در انتخاب سهم از دیدگاه فرد سرمایه‌گذار ۴- استفاده از بهینه‌سازی چندهدفه در مسئله پورتفوی ۵- بررسی فضای گسسته و پیوسته در بهینه کردن مدل و در زمینه شیوه به کارگیری الگوریتم ابتکاری ۶- توجه به چرخش در قاعده همسایگی در الگوریتم ژنتیک به کار گرفته شده ۷- استفاده از تقاطع محاسباتی ۸- استفاده از جهش‌های مختلف در حل الگوریتم، و در نهایت ۹– تلفیق کردن توابع هدفی که از نظر ماهیت درونی به یکدیگر شباهتی نداشتند به وسیله روش تحلیل سلسله‌مراتبی. این مقایسات بین پژوهش‌هایی که در سال‌های اخیر انجام شده است صورت گرفته است.

جدول ۱. مقایسه مقالات مختلف

نویسندگان	۱	۲	۳	٤	٥	٦	۷	۸	۹
حسین دستخوان (۲۰۱۱)	*	*				*	*		
چانگ چن لی (۲۰۰۷)	*	*	*	*			*		*
ایرینا بلشوکوا (۲۰۱۰)	*	*				*	*		*
مارسی نواک (۲۰۱۳)	*	*			*		*		*
لیلیان نورونها (۲۰۱۳)	*	*					*		
اسپرانزا (۱۹۹۵)	*	*				*	*		*
تحقیق جاری	*	*	*	*	*	*	*	*	*

۳) روش‌شناسی پژوهش

یکی از مباحث مهمی که در بازارهای سرمایه مطرح است و باید مورد توجه سرمایه‌گذاران اعم از اشخاص حقیقی یا حقوقی قرار گیرد، بحث انتخاب سبد سرمایه‌گذاری بهینه است و در این رابطه، بررسی و مطالعه سرمایه‌گذاران در جهت انتخاب بهترین سبد سرمایه‌گذاری با توجه به میزان ریسک و بازده آن انجام می‌شود. معمولا فرض بر این است که

[2] Binary
[3] Roulette wheel

سرمایه‌گذاران ریسک را دوست ندارند و از آن گریزانند و همواره در پی آن هستند تا در اقلامی از دارایی‌ها سرمایه‌گذاری کنند که بیشترین بازده[4] و کمترین ریسک[5] را داشته باشند. به عبارت دیگر، سرمایه‌گذاران به بازده سرمایه‌گذاری به عنوان یک عامل مطلوب می‌نگرند و به واریانس بازده (ریسک) به عنوان یک عنصر نامطلوب نظر دارند.

مدلی که در این تحقیق ارائه شده با به کارگیری آن‌ها و ترکیبشان در برنامه‌ریزی‌های ریاضیاتی می‌تواند با در نظر گرفتن هدف و شرایط حاکم بر مسئله، ترکیبی بهینه با نزدیک شدن به مقدار بهینه از عناصر تشکیل دهنده سبد را ارائه دهد. در نتیجه می‌توان برای رسیدن به چنین هدفی، نزدیک شدن به اطلاعات مالی را با در نظر گرفتن تمام شرایط حاکم بر سرمایه‌گذاری در دنیای واقعی وارد برنامه‌ریزی ریاضی کرد. جهت تحصیل اوراق بهادار و هرگونه سرمایه‌گذاری، انواع متفاوتی از هزینه ایجاد می‌شود. مطمئنا مهم‌ترین عامل هزینه، هزینه خرید می‌باشد اما عوامل هزینه‌ای دیگری مانند هزینه ثابت نیز ممکن است وجود داشته باشد. ویژگی این تحقیق در آن است که می‌تواند تعداد اوراق بهاداری را بدست آورد که می‌توان آنها را در هر مقداری اعم از صحیح یا مقدار پیوسته بدست آورد.

روند این تحقیق بدین گونه است که در ابتدا متغیرهای مورد نظر معرفی می‌گردند و سپس مرحله به مرحله روند حل مسئله را پیش می‌بریم و در نهایت مدل جدید را ارائه کرده و نمودارهای مقایسه‌ای را ارائه می‌کنیم و مدل مورد نظر را با الگوریتم ژنتیک تحلیل و بررسی می‌نماییم. نتایج این تحقیق می‌تواند برای شرکت‌های سرمایه‌گذاری، مدیران عالی، تحلیلگران اوراق بهادار، بانک‌ها و بانکداران، پژوهشگران این رشته و به طور کلی سرمایه‌گذاران، کاربرد مؤثری داشته باشد. این افراد می‌توانند از این روش برای انتخاب سبد سرمایه‌گذاری بهینه در کارایی هر چه بیشتر تصمیمات سرمایه‌گذاری و به دنبال آن بازار سرمایه ایران و در نهایت در توسعه اقتصادی کشور نقش مهمی ایفا نماید.

۴) معرفی مدل

در این قسمت ضمن معرفی مدل و محدودیت‌ها و متغیرهای آن، مرحله به مرحله آن را تشریح کرده و تکمیل می‌نماییم. فرض کنید سرمایه‌گذاری با دارایی محدود تصمیم دارد تعدادی سهم خریداری کند. رویکرد ما این است که میزان نسبت ریسک به بازده را کم کنیم، از طرفی برای خرید سهم هزینه کمتری را هم پرداخت نماییم، در نتیجه یک تابع هدف با کمینه کردن نسبت بازده به ریسک و دیگری با کمینه کردن هزینه‌ها (اعم از متغیر و ثابت) در دست داریم که در نهایت دو تابع هدف را به یک تابع هدف تبدیل می‌کنیم. حال به بیان شکل مسئله می‌پردازیم:

n : تعداد کل سهامی که می‌شود انتخاب کرد.

j : نوع ورق بهاداری که می‌توان آنها را در هر مقداری بدست آورد.

n_j: حداکثر اوراقی که از نوع سهام j عرضه می‌شود.

R_{jt}: نرخ بازده ورق بهادار j در زمان t

$\delta^2 R_{jt}$: واریانس نرخ بازده ورق بهادار j در زمان t که همان ریسک ورق بهادار j در زمان t محسوب می‌شود.

X_j : میزان سرمایه‌گذاری از نظر تعداد سهم خریده شده در ورق بهادار j.

[4] Efficiency
[5] Risk

C_j **:** هزینه خرید یک واحد ورق بهادار j.

f_j :هزینه‌ی ثابت ورق بهادار j.

R_e **:** حداقل بازده مورد انتظار سرمایه‌گذار.

در این مقاله همان گونه که قبلا گفتیم می‌خواهیم به شاخص‌های بازده، ریسک، هزینه هر واحد سهم **و** هزینه ثابت هر سهم، وزن دهیم. این وزن‌دهی به این منظور است که سرمایه‌گذار نظر خود را در ارتباط با هر یک از شاخص‌های یاد شده اعمال کند. از آنجا که می‌دانیم جنس شاخص‌های یاد شده یکی نیستند به همین دلیل در ابتدا برای همجنس کردن آن‌ها از قاعده آنتروپی[6] استفاده می کنیم.

جدول ۲. جدول مقایسات سهم‌ها با شاخص ها

شاخص / سهام	C_j	R_{jt}	$\delta^2 R_{jt}$	f_j
j_1	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}
j_2	a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{24}
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
j_n	a_{n1}	a_{n2}	a_{n3}	a_{n4}

رابطه۱)
$$k = \frac{1}{ln\,(n)}$$

رابطه ۲)
$$p_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sum_{i=1}^{n} a_{ij}}$$

رابطه ۳)
$$E_j = -k \sum_{i=1}^{n} [p_{ij} \times ln(p_{ij})] \quad \forall j$$

رابطه ۴)
$$d_i = 1 - E_i$$

رابطه ۵)
$$w_i = \frac{d_i}{\sum_i^4 d_i}$$

بر اساس آنچه در بالا مشاهده شد شاخص‌ها از یک نوع نیستند بنابراین بر اساس قاعده آنتروپی طبق بالا وزن‌دهی صورت گرفت اما w_i که در بالا بدست آوردیم وزنی است که فقط از آنتروپی حساب شده و نظر سرمایه‌گذار در آن دخیل نشده است، حال برای دخالت دادن سلیقه و نظر سرمایه‌گذار فرض می کنیم این شخص وزنی را تحت λ_i برای هر یک از شاخص‌های بالا مد نظر قرار داده است. پس اوزان شاخص‌های بالا پس از دخیل کردن نظر سرمایه‌گذاربه صورت ذیل می‌شود:

[6] Entropy rule

رابطه ۶)
$$w_i' = \frac{\lambda_i \times w_i}{\sum_{i=1}^{n} \lambda_i \times w_i}$$

حال بعد از مشخص کردن اوزان و دخیل کردن سلیقه سرمایه‌گذار، به بیان شکل تابع هدف خود می‌پردازیم. همان‌گونه که قبلا اشاره کردیم، دو تابع هدف را قصد داریم بر اساس قاعده فرآیند تحلیل سلسله‌مراتبی[۷] به یک تابع هدف تبدیل کنیم. تابع هدف اول کمینه کردن نسبت ریسک انتخاب هر سهم به بازده آن است و تابع هدف دوم کمینه کردن هزینه انتخاب هر سهم است.

حال شکل تابع هدف به صورت زیر بسط داده می‌شود:

اوزانی که در بالا حساب شد بصورت ذیل است:

w'_{c_j}: وزنی که برای شاخص C_j بدست آمد.

$w'_{R_{jt}}$: وزنی که برای شاخص R_{jt} بدست آمد.

$w'_{\delta^2 R_{jt}}$: وزنی که برای شاخص $\delta^2 R_{jt}$ محاسبه شد.

w'_{f_j}: وزنی که برای شاخص هزینه ثابت f_j محاسبه شد.

رابطه ۷)
$$Min \sum_{j=1}^{n} \frac{w'_{\delta^2 R_{jt}} \times \delta^2 R_{jt}}{w'_{R_{jt}} \times R_{jt}} I$$

رابطه ۸)
$$Min \sum_{j=1}^{n} [(w'_{c_j}.C_j.x_j) + (w'_{f_j}.f_j)] \ \Pi$$

رابطه ۹)
$$St: \sum_{j=1}^{n} w''_j = 1$$

رابطه ۱۰)
$$\sum_{j=1}^{n} X_j.C_j + \sum_{j=1}^{n} f_j.Z_j \le C$$

رابطه ۱۱)
$$0 \le X_j \le \frac{n_j}{2} - 1$$

رابطه ۱۲)
$$\sum_{j=1}^{n} R_{jt}.w''_j \ge R_e$$

با توجه به محدودیت‌های بالا به ترتیب:

w''_j: وزنی که از طریق کروموزم[۸] برای هر ژن که هر ژن[۹] متعلق به یک سهم است به دست می‌آید که در ادامه به آن اشاره می‌کنیم.

Z_j : متغیری است از جنس صفر و یک. اگر فرد سرمایه‌گذار تمایل به سرمایه‌گذاری روی سهم j داشته باشد عدد یک را می‌گیرد، در غیر این صورت مقدار آن صفر است.

C: کل دارایی است که سرمایه‌گذار در دست دارد که از طرفی، هزینه‌ای که انجام می‌دهد نباید بیشتر از این مقدار باشد.

[7] Analytic Hierarchy Process
[8] Chromosome
[9] Gene

$\frac{n_j}{2}$: این عبارت این موضوع را مطرح می‌کند که سیاست بر این است که بیشینه مقدار خریداری شده از یک سهم از نصف تعداد آن یکی کمتر باشد، یعنی فردی مالک ۵۰٪ و بیشتر از یک سهم یک شرکت نشود.

۵) حل مدل با استفاده از الگوریتم ژنتیک

به دلیل آن که مدل فوق می‌تواند خیلی بزرگ باشد اما برای بیان حل آن، این مدل را با یک کروموزم که ۵ ژن داشته باشد مورد بررسی قرار می‌دهیم. یک کروموزم با ۵ ژن نماینده و نشانگر یک سهم است.

j_1	j_2	j_3	j_4	J_5

در ابتدا به هر ژن به طور تصادفی عددی بین صفر و یک تولید می‌کنیم و اختصاص می‌دهیم.

K : عددی که به تصادف به هر ژن اختصاص می‌دهیم.

رابطه۱۳) $0 < K \leq 1$

به عنوان مثال این اعداد به صورت زیر تولید می‌شوند:

j_1	j_2	j_3	j_4	j_5
۰/۱۲	۰/۳۵	۰/۸۱	۰/۷۵	۰/۵۶

سپس دو عدد از ژن‌ها را به تصادف انتخاب کرده و آن را صفر می‌کنیم.

j_1	j_2	j_3	j_4	J_5
۰	۰/۳۵	۰/۸۱	۰/۷۵	۰

حال وزن هر کدام از ژن‌ها که همان w''ها است را بدست می‌آوریم. w''ها از حاصل تقسیم عدد تخصیص داده شده به یک ژن بر مجموع اعداد ژن‌ها بدست می‌آید. شرط اساسی در این حالت آن است که :

رابطه ۱۴)
$$\sum_{i=1}^{n} w''_{j_i} = 1$$

چنانچه گاهی تقسیم عدد یک ژن بر مجموع عدد تمامی ژن‌ها، عددی با بسط مولد اعشار نتیجه داد که باعث شد مجموع w'' ها یک نشود، باید کروموزم به صورت ذیل تعمیر و بازسازی شود. مجموع w''_{j_1}، w''_{j_2} و w''_{j_3} را بدست آورده ($\sum_{i=1}^{3} w''_{j_i}$) و سپس برای محاسبه وزن مربوط به ژن چهارم از رابطه $1 - \sum_{i=1}^{3} w''_{j_i}$ استفاده می‌گردد. سپس مقدار وزن‌ها به صورت ذیل محاسبه می‌شود:

$$w''_{j_1} = \frac{0}{0 + 0.35 + 0.81 + 0.75 + 0} = 0$$
$$w''_{j_2} = 0.183$$
$$w''_{j_3} = 0.424$$

$$w''_{j_4} = 1 - \sum_{i=1}^{3} w''_{j_i} = 1 - (0 + 0.183 + 0.424) = 0.393$$

$$X_{j_i}.C_{j_i} + f_{j_i}.Z_{j_i} = C.w''_{j_i} i = 1,2,3,4,5 \qquad \text{رابطه ۱۵)}$$

بعد از محاسبه وزن‌ها، با توجه به محدودیت‌ها خواهیم داشت:

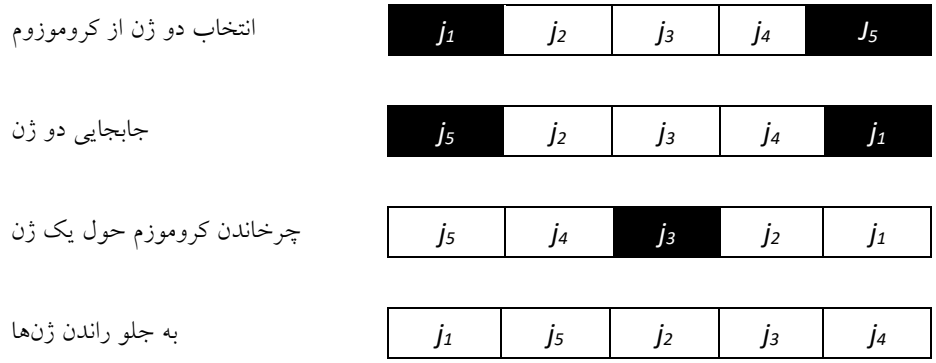
تنها مجهول محدودیت (۱۵) مقدار X_j است. پس از عبارت بالا مقدار آن محاسبه می‌گردد. حال اگر این X_jهایی که از این رابطه محاسبه شد، در رابطه $0 \le X_j \le \frac{n_j}{2} - 1$ صدق کرد حل مدل را ادامه می‌یابد. اما اگر مقدار $X_{j_i} > \frac{n_{j_i}}{2} - 1$ باشد آن را به مقدار $\frac{n_{j_i}}{2} - 1$ می‌رسانیم که بیشینه مقدار خریدمان از سهم j_i محسوب می‌شود. بعد از آن، محدودیت شماره (۶) را برای ۵ سهم بررسی می‌کنیم. که باید حتما در آن صدق کند. این تکرار از همان ابتدای تولید عدد تصادفی تا به تصادف صفر کردن آن‌ها ادامه پیدا می‌کند. از طرفی در همه این محدودیت‌ها مقدار حداقل نرخ بازده مورد انتظار سرمایه‌گذار بر اساس نرخ تورم ده درصد فرض شده است (شریعت پناهی و بیاتی ۱۳۸۵). لازم به ذکر است که این مقدار نیز به عنوان فرض جهت استفاده در پیاده‌سازی الگوریتم فراابتکاری لحاظ شده و ساختار الگوریتم به گونه‌ای است که می‌توان این مقدار را تغییر داده و برای نمونه می‌توان نرخ سود بانکی یا هر مقدار مورد توجه سرمایه‌گذار را در آن لحاظ کرد. حال شکل تابع هدف به صورت ذیل می‌شود.

$$Min \sum_{j=1}^{n} w''_{j_i} \frac{w'_{\delta^2 R_{jt}} \times \delta^2 R_{jt}}{w'_{R_{jt}} \times R_{jt}} I \qquad \text{رابطه ۱۶)}$$

$$Min \sum_{j=1}^{n} w''_{j_i} [(w'_{c_j}.C_j.x_j) + (w'_{f_j}.f_j)] \ \Pi \qquad \text{رابطه ۱۷)}$$

البته همان‌گونه که قبلاً گفتیم، این مدل را صرفاً با الگوریتم ژنتیک حل نمی‌کنیم، بلکه الگوریتم ژنتیک پیشنهادی را با الگوریتم جستجوی همسایگی متغیر[10] ترکیب می‌کنیم. در الگوریتم یاد شده به طور کلی سه نوع جهش[11] استفاده می‌شود:

الف) این جهش دارای یک چرخش است که این چرخش به ترتیب شامل جابجایی، به جلو راندن و معکوس کردن ژن‌ها است.



شکل ۱. نحوه‌ی جهش‌های مختلف

[10] Variable neighborhood search Algorithm
[11] Mutation

ب) همان‌گونه که قبلا اشاره شد دو عدد از ژن‌ها به تصادف صفر می‌گردد. حال در این قسمت می‌خواهیم جهشی را بیان کنیم که شبیه تقاطع زدن[12] است. با این تفاوت که در تقاطع زدن دو کروموزم به عنوان والد معرفی می‌شود، اما در اینجا بر روی یک کروموزم این تقاطع زده می‌شود و جایگشت‌های ژن‌ها بین دو ژن که مقدار صفر به خود گرفته اند، محاسبه می‌شود.

j_1	j_2	j_3	j_4	j_5
j_1	۰	j_3	۰	j_5
j_5	۰	j_3	۰	j_1

شکل ۲. شکل جهشی که مانند تقاطع زدن است

ج) برای آن که کروموزم مورد نظر تنها مقادیر گسسته را جستجو نکند، بلکه مقادیر پیوسته را هم بررسی کند، یک تابع توزیع یکنواخت معرفی می‌گردد که مقدار آن [۲/ ۰؛ ۰/۲-] است. حال به تصادف یک عدد را از این بازه انتخاب کرده و آن را به اعداد ژن‌های کروموزم اضافه می‌کنیم، اگر مقادیر آنها مثبت شد جهش‌های (الف) و (ب) انجام می‌گردد، اما اگر فرض شود یکی از آن‌ها مقدار منفی به خود گیرد آن را به صفر تبدیل کرده و سپس جهش‌های (الف) و (ب) را انجام می‌دهیم. فرض کنید عددی که به تصادف انتخاب می‌شود، ۰/۲- باشد. حال این عدد را به اعداد کروموزم اصلی اضافه می‌نماییم:

j_1	j_2	j_3	j_4	j_5
۰/۱۲	۰/۳۵	۰/۸۱	۰/۷۵	۰/۵۶

⇩

j_1	j_2	j_3	j_4	j_5
-۰/۰۸	۰/۱۵	۰/۶۱	۰/۵۵	۰/۳۶

⇩

j_1	j_2	j_3	j_4	j_5
۰	۰/۱۵	۰/۶۱	۰/۵۵	۰/۳۶

د) جهش دیگری که مورد استفاده قرار گرفته و فضای پیوسته را جستجو می‌کند، وارون‌سازی است که ژن‌ها از اول تا آخر و کروموزم را از آخر به اول تبدیل می‌کند. در واقع به کروموزوم یک چرخش ۱۸۰ درجه‌ای حول یک ژن را می‌دهد.

۰/۱۲	۰/۷۷	۰	۰/۵۱	۰

⇩

۰	۰/۵۱	۰	۰/۷۷	۰/۱۲

[12] Cross over

در نهایت هدف مورد نظرمان این بود که دو تابع هدف را به یک تابع تبدیل نماییم، برای یکی کردن آن‌ها از طریق تخصیص دادن وزن به هر کدام به روش تحلیل فرآیند سلسله‌مراتبی اقدام می‌نماییم. باز هم در این روش نظر فرد سرمایه‌گذار بسیار اهمیت دارد، زیرا سرمایه‌گذار تصمیم می‌گیرد که چه وزنی به تابع هدف کمینه کردن[۱۳] نسبت ریسک به بازده و چه وزنی به تابع هدف کمینه کردن هزینه اختصاص دهد. برای یکی کردن این دو تابع هدف به روش یاد شده بدین صورت عمل می‌گردد: ابتدا فرد سرمایه‌گذار از نظر اهمیت خود نسبت به دو تابع هدف I و II ارزش‌گذاری می‌کند که می‌تواند ترجیحاً عددی که به هر تابع اختصاص می‌دهد بین صفر تا ۱۰ باشد. فرض کنیم سرمایه‌گذار نسبت تابع هدف I به II را $\frac{10}{2}$ فرض کند پس جدول تحلیل سلسله‌مراتبی به صورت ذیل تکمیل می‌شود:

جدول ۳. جدول فرآیند تحلیل سلسله‌مراتبی

	I	Π
I	۱	۵
Π	۰/۲	۱

سپس نوبت به مرحله بی‌مقیاس‌سازی[۱۴] می‌رسد. در این مرحله اعداد هر درایه را به جمع کل ستون مربوط به آن درایه تقسیم می‌کنیم.

جدول٤. بی مقیاس شده جدول۳

	I	Π
I	۰/۸۳۳	۰/۸۳۳
Π	۰/۱٦۷	۰/۱٦۷

سپس عناصر هر سطر را با یکدیگر جمع کرده و میانگین آن‌ها را بدست می‌آوریم. عدد بدست آمده وزن هر سطر را نشان می دهد.

جدول ۵. وزن هر سطر در جدول (۳)

$W_I'' =$ ۰/۸۳۳	۰/۰+۸۳۳/۸۳۳=۱/۶۶۶
$W_{II}''' =$ ۰/۱۶۷	۰/۰+۱۶۷/۱۶۷=۰/۳۳۴

حال نوبت به آن می‌رسد که این دو تابع هدف را با استفاده از اوزان بدست آمده به یک تابع تبدیل کنیم بر این اساس تابع هدفی را طراحی می‌کنیم که هدفش کمینه‌سازی دو تابع هدف دیگر است.

[13] Minimize
[14] Normalized

رابطه ۱۸)

$$Min\,[\,w_I'''.\left(Min\sum_{j=1}^{n} w_{j_i}''\frac{w'_{\delta^2 R_{jt}}\times\delta^2 R_{jt}}{w'_{R_{jt}}\times R_{jt}}\right) + w_{II}'''.(Min\sum_{j=1}^{n} w_{j_i}''[(w'_{c_j}.C_j.x_j) + (w'_{f_j}.f_j)]\,)]$$

از آنجا که تغییر اندک در مقدار تابع هدف I، تغییر چندانی در آن به وجود نمی‌آورد ولی جنس تابع هدف دوم به دلیل آنکه از نوع هزینه است، تغییر کوچک در این هزینه‌ها باعث تغییرات بزرگی از نظر عددی در تابع هدف دوم می‌شود، برای جلوگیری از بروز چنین مشکلی از قاعده‌ای به نام لکسیوگرافی استفاده می‌کنیم. بر اساس این قاعده بهترین مقدار به دست آمده از تابع هدف اول را محاسبه کرده سپس بهترین مقدار از تابع هدف دوم را بدست می‌آوریم، سپس این دو را با استفاده از قاعده یاد شده ترکیب کرده و بهترین آن را که عددی بین صفر و یک است محاسبه می‌نماییم. به برنامه کد شده موردنظر این امکان داده شده که از سه روش جواب‌ها را محاسبه کرده و آن‌ها را باهم ترکیب کند. اگر فرد مورد یک را انتخاب کند نرم‌افزار به او بهترین مقدار محاسبه شده بر اساس تابع هدف اول را می‌دهد که اسم آن را BEST1 قرار می‌دهیم. اگر این فرد مورد دوم را انتخاب کند نرم‌افزار برای او بهترین مقدار محاسبه شده بر اساس تابع هدف دوم را می‌دهد که آن را BEST2 می‌نامیم. حال اگر فرد سرمایه‌گذار مورد سوم را انتخاب کند نرم‌افزار مقادیر BEST1 و BEST2 محاسبه شده قبلی را بر اساس قاعده لکسیوگرافی[15] با یکدیگر ترکیب می‌کند که بر اساس این قاعده، جنس مقادیر یاد شده هم‌نوع می‌شود. مقداری که از این رابطه محاسبه می‌شود به صورت زیر است:

رابطه ۱۹)

$$w_I'''(\frac{I-BEST1}{BEST1}) + w_{II}'''(\frac{II-BEST2}{BEST2})$$

به‌طور کلی در این پژوهش، اطلاعات مورد نیاز با مراجعه به کتابخانه سازمان بورس و شرکت آتی‌سازان بازار و همچنین پایگاه‌های اطلاعاتی آن‌ها و نیز نرم‌افزارهای تدبیرپرداز و ره‌آورد نوین گردآوری شده است. جامعه آماری، کلیه شرکت‌های پذیرفته شده در سازمان بورس اوراق بهادار تهران و نمونه آماری، داده‌های ۵ شرکت از انواع مختلف در حوزه‌های گوناگون را در بر می‌گیرد. داده‌های کسب شده از این اطلاعات، به عنوان کدهای ورودی در الگوریتم ژنتیک چندهدفه استفاده و سپس الگوریتم به لحاظ تعاریف و محدودیت‌های تعریف شده برای آن، داده‌ها تجزیه و تحلیل و خروجی مدل به کمک نرم‌افزار MATLAB R201520B V6 استخراج گردید. مشخصات کلی الگوریتم ژنتیک طراحی شده در این پژوهش به شرح جدول (۶) است.

جدول ٦. مشخصات الگوریتم ژنتیک

تابع عملگر جهش ناگهانی	تابع گوسی	نوع جمعیت	بردار دوگانه
تابع عملگر جهش ناگهانی	۱	اندازه جمعیت	۵
تعداد نسل	۲۰	تابع انتخاب	چرخ گردان رولت

[15] LexioGraphy

تابع عملگر جهش ناگهانی	تابع گوسی	نوع جمعیت	بردار دوگانه
محدودیت و تاخیر زمانی	نامحدود	نرخ عملگر ضربدری	۰/۸
محدودیت تعداد نسل	نامحدود	تابع عملگر ضربدری	پراکنده
محدودیت دقت تغییر در تابع هدف	۰/۰۰۰۰۰۱	نرخ نخبه‌گرایی و مهاجرت	۰/۲

با توجه به جدول (۶)، الگوریتم ژنتیک بر اساس اندازه جمعیت تعریف شده و ۵ سبد سهام را به عنوان کروموزوم تولید و فرآیند تکامل را با ۲۰ نسل ادامه می‌دهد و در انتها، ۵ سبد طراحی شده به کمک الگوریتم ژنتیک بر اساس معیارهای ریسک و بازده اولویت‌بندی می‌شود. به منظور اجرای الگوریتم از Tool Box ژنتیک الگوریتم نرم‌افزار MATLAB استفاده شده است. همچنین برای اجرای الگوریتم از تابع PORTOPT استفاده گردیده است.

۶) یافته‌های پژوهش

حال این مدل را قصد داریم به شکل عملی با استفاده از برنامه و فلوچارت ذکر شده در بالا بر روی یک نمونه واقعی در بازار بورس تهران و بر روی ۵ سهم اجرا کنیم. در ۲۷ اردیبهشت ۹۵ ارزش سهام‌های خساپا، خودرو، مارون، شخارک، خپارس در ابتدای روز به ازای هر سهم در جدولی به صورت ذیل بوده است:

جدول۷. جدول سهام و مقدار مربوط به متغیرهای هر یک

	c_j	R_{jt}	$\delta^2 R_{jt}$	f_j
خساپا	۲۸٤	۹٪	۸/٪۷	۲۰۰
خودرو	۱۸۰	۸٪	۷٪	۱۵۰
مارون	۹۳۹	۲/٪۹۳	۳٪	٦۰۰
شخارک	۸۷۰	۳/٪۸۳	۳/٪۸۱	۵۰۰
خپارس	۲۷٦	۰/٪۳٦	۰/٪۲	۱۷۰

ابتدا با استفاده از آنتروپی باید وزن هر شاخص را محاسبه کنیم که به صورت زیر عمل می‌گردد:

$$k = \frac{1}{ln\,5} = 0.621 \quad \text{رابطه ۲۰}$$

$$\sum c_j = 284 + 180 + 939 + 870 + 276 = 2549 \quad \text{رابطه ۲۱}$$

$$\sum\sum R_{jt} = 0.09 + 0.08 + 0.0293 + 0.0383 + 0.0036 = 0.2412 \quad \text{رابطه ۲۲}$$

$$\sum\sum\sum \delta^2 R_{jt} = 0.087 + 0.07 + 0.03 + 0.0381 + 0.002 = 0.2271 \quad \text{رابطه ۲۳}$$

$$\sum f_j = 200 + 150 + 600 + 500 + 170 = 1620 \quad \text{رابطه ۲۴}$$

حال نوبت به محاسبه کردن p_{ij} هاست. جدول زیر این مقادیر را برای هر سهم نشان می‌دهد.

جدول ۸. جدول P_{ij}

	C_j	R_{jt}	$\delta^2 R_{jt}$	f_j
خساپا	۰/۱۱۱	۰/۳۷۳	۰/۳۸۳	۰/۱۲۳

	C_j	R_{jt}	$\delta^2 R_{jt}$	f_j
خودرو	۰/۰۷۰	۰/۳۳۱	۰/۳۰۸	۰/۰۹۲
مارون	۰/۳٦۸	۰/۱۲۱	۰/۱۳۲	۰/۰۳۷۰
شخارک	۰/۳٤۱	۰/۱٥۸	۰/۱٦۷	۰/۳۰۸
خپارس	۰/۱۰۸	۰/۰۱٤	۰/۰۰۸	۰/۱۰٤

سپس نوبت به محاسبه‌ی E_jها می‌رسد:

جدول ۹. جدول محاسبه E_j

	C_j	R_{jt}	$\delta^2 R_{jt}$	f_j
E_j	۰/۸۷۲	۰/۸۳۲	۰/۸۲۹	۰/۸۹۶

جدول ۱۰. جدول محاسبه d_j

	C_j	R_{jt}	$\delta^2 R_{jt}$	f_j	$\sum d_j$
$d_j = 1 - E_j$	۰/۱۲۸	۰/۱٦۸	۰/۱۷۱	۰/۱۰٤	۰/۵۷۱

جدول ۱۱. جدول محاسبه اوزان

w_{c_j}	$w_{R_{jt}}$	$w_{\delta^2 R_{jt}}$	w_{f_j}
۰/۲۲٤	۰/۲۹٤	۰/۲۹۹	۰/۱۸۳

در این مثال فرض کرده ایم که تمامی شاخص‌ها برای فرد سرمایه‌گذار دارای اهمیت یکسانی هستند. از این رو w که در این مدل به آن اشاره شد برای همه شاخص‌ها برابر با یک فرض شده است، پس wهای بالا را می‌توان همان w' فرض کرد. حال با مشخص شدن ورودی‌های مسئله که شامل هزینه هر سهم، بازده هر سهم، ریسک هر سهم، هزینه ثابت هر سهم و وزن هر سهم است مسئله را با استفاده از برنامه الگوریتم ژنتیک حل می کنیم که نتایج حاصل به صورت زیر است:

در این مثال وزن‌هایی که از طریق فرآیند تحلیل سلسله‌مراتبی حل شده است برای تابع هدف اول و دوم به ترتیب ۰/۴۵۱ و ۰/۵۴۹ است. همچنین در این مثال فرض شده است که کل دارایی فرد برابر با ۷۰۰۰ تومان است و همچنین حداکثر مقداری که از هر سهم عرضه شده است به صورت زیر می‌باشد :

جدول ۱۲. تعداد عرضه شده از هر سهم در بازار بورس

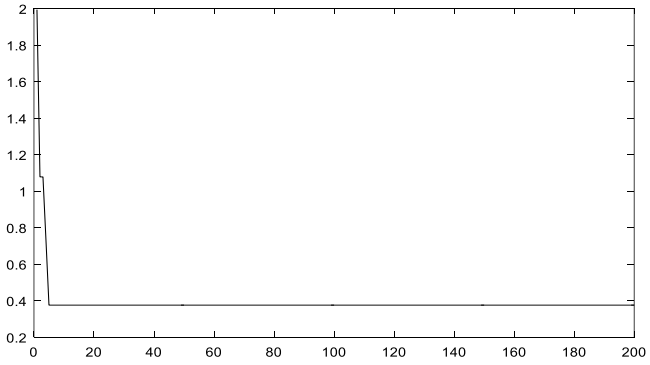
اسامی سهام	n_j
خساپا	۱۰
خودرو	۸
مارون	۹
خشارک	۸
خپارس	۱۰

الگوریتم حل در متلب کدنویسی شد و پس از اجرا کردن برنامه، نتایج زیر حاصل شده است:

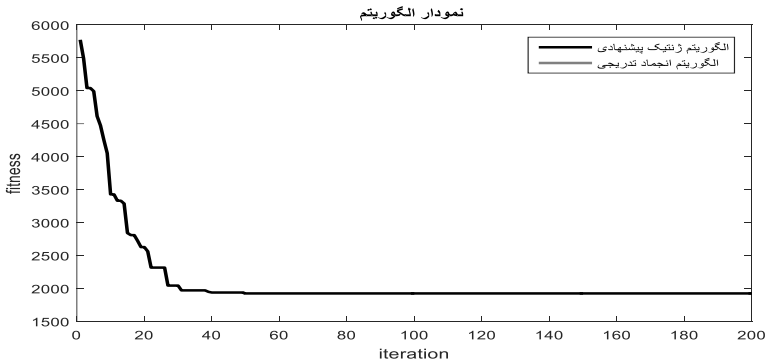
جدول۱۳. نتایج حاصل از سه بار اجرا

	خساپا	خودرو	مارون	خشارک	خپارس	Best
Selection1	۰	۰	۰/۳۸۲۱	۰/٤۳٥۹	۰/۱۸۲۰	۰/۹٤۱۷۳
Selection2	۰/۱۹۰۷	۰	۰/٤۰۹۰	۰/٤۰۰۳	۰	٥٥۰/۷٥۲۱
Selection3	۰	۰	۰/٤۰۰٤	۰/٤۱۷۹	۰/۱۸۱۷	٤/۹۳۱۷

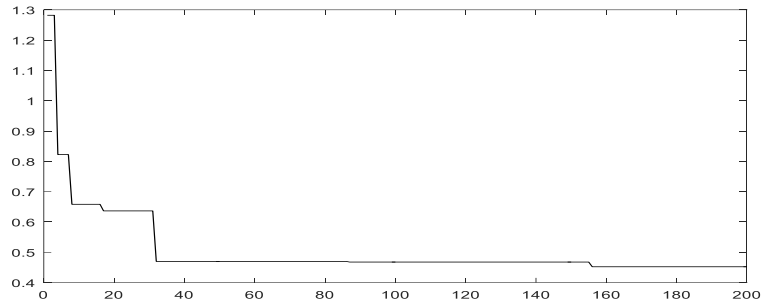
برنامه ما به این صورت عمل می کند که یک بار از طریق تابع هدف کمینه کردن ریسک به بازده مقدار بهینه آن را محاسبه می کند که در جدول (۱۳)،selection1 نشانگر این موضوع است و یک بار از طریق تابع هدف کمینه کردن هزینه مقداربهینه آن را محاسبه می کند که selection2 این موضوع را نشان می‌دهد. در نهایت با استفاده از ترکیب کردن این دو تابع هدف مقدار نزدیک به بهینه آن را محاسبه می کند که در جدول فوق selection3 این موضوع را نمایش می‌دهد. جداول زیر روند بهینه شدن حل مسئله در طی این فرآیند و مقایسه کردن آن با محدودیت‌های یاد شده را نشان می‌دهد. این جداول، حاصل اجرای برنامه در سه مرحله ذکر شده می‌باشد.



شکل۳. مربوط به تابع هدف کمینه کردن ریسک به بازده که همان selection یک است



شکل ٤. مربوط به تابع هدف کمینه کردن هزینه که همان selection دو است



شکل۵. بهینه کردن همزمان دو تابع هدف کمینه کردن هزینه و نسبت ریسک به بازده

بر اساس سه نمودار بالا همان‌گونه که مشاهده می‌کنید برنامه پس از اجرا شدن در اثر جهش‌هایی که در آن اعمال شده است باعث می‌شود که مقدار تابع هدف به سرعت و با شدت بهبود یابد. در برنامه بالا تعداد ۲۰۰ تکرار مورد بررسی قرار گرفت. همان‌گونه که مشاهده می‌کنید بعد از مدتی تکرارهای شبیه به هم برنامه متوقف می‌شود و این یکی از شرایط خاتمه الگوریتم محسوب می‌گردد. همین تابع هدف بار دیگر در متلب به صورت قطعی و نه الگوریتم ابتکاری کدنویسی شد. شکل تابع هدف پس از دخیل کردن اوزان در آن‌ها به صورت ذیل است:

$$Min\ 4.7X_1 + 3.03X_2 + 15.84X_3 + 14.67X_4 + 4.65X_5 + 22.32 \quad \text{رابطه ۲۵)}$$

$$184X_1 + 180X_2 + 939X_3 + 870X_4 + 276X_5 \leq 7000 \quad \text{رابطه ۲۶)}$$

$$0 \leq X_1 \leq 4 \quad \text{رابطه ۲۷)}$$

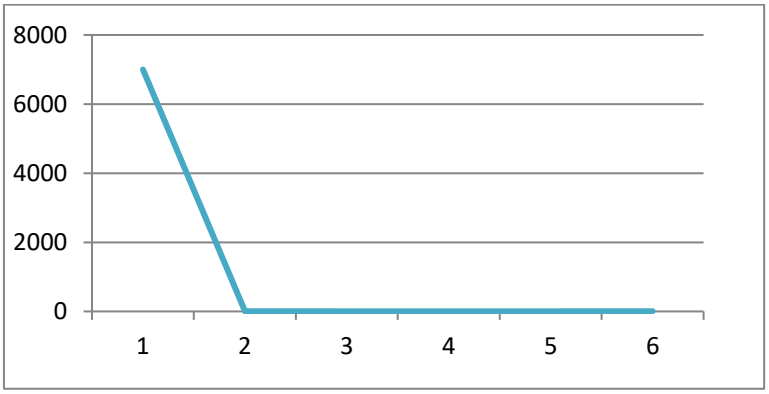
$$0 \leq X_2 \leq 3 \quad \text{رابطه ۲۸)}$$

$$0 \leq X_3 \leq 3 \quad \text{رابطه ۲۹)}$$

$$0 \leq X_4 \leq 3 \quad \text{رابطه ۳۰)}$$

$$0 \leq X_5 \leq 4 \quad \text{رابطه ۳۱)}$$

$$0.833(0.09X_1 + 0.08X_2 + 0.0293X_3 + 0.0383X_4 + 0.0036X_5 \leq 0.1 \quad \text{رابطه ۳۲)}$$



شکل٦. نمودار حاصل از حل در متلب

برای بررسی صحت عملکرد الگوریتم فوق و توصیف دستاوردهای این پژوهش تلاش شده تا داده‌های فوق را با سه بورس دیگر که عبارتند از Hang seng در هنگ کنگ، DAX در آلمان و FSTE در انگلستان و برای هرکدام به ازای همان ۵ سهم مقایسه کنیم. با فرض این که توزیع احتمال مقدار کوواریانس داده‌های بورس ایران با سه بورس دیگر تقریباً نرمال باشد، پارامترهای الگوریتم برای هر ۴ بورس که همان طول کروموزوم و همان تعداد سهم هاست و همچنین میزان جهش و نخبه و ترکیب بر اساس جدول (۱۴) به این شرح است لازم به ذکر است که تمام محاسبات در زبان برنامه نویسی MATLAB 2014 و تحت سیستم عامل ویندوز 7 و رایانه پنتیوم 4GHZ .2 اجرا شده‌اند.

جدول۱٤. پارامترهای الگوریتم به ازای چهار بورس

بورس	طول کروموزوم	اندازه جمعیت	تعداد نسل	ترکیب	جهش	نخبه
IRAN	۵	۵۰	۲۰۰	۸۰٪	۱۷٪	۳٪
Hang seng	۵	۵۰	۳۰۰	۸۰٪	۱۷٪	۳٪
DAX	۵	۵۰	۳۰۰	۸۰٪	۱۷٪	۳٪
FSTE	۵	۵۰	۳۰۰	۸۰٪	۱۷٪	۳٪

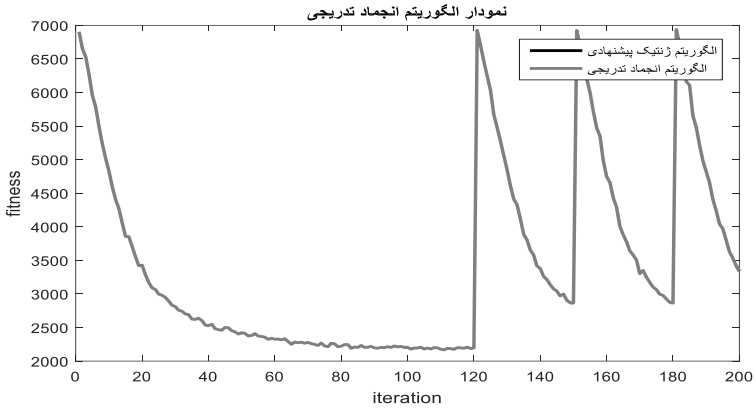
در این الگوریتم، دقت بر اساس فاصله از جبهه بهینه استاندارد محاسبه می‌شود. آزمایش‌ها نشان می‌دهد که دقت الگوریتم پیشنهادی مستقل از تعداد سهام (دقت آزمایش‌ها نزدیک به هم است) و همچنین رابطه سرعت الگوریتم با تعداد نسل‌ها خطی است. این آزمایش قبلاً با استفاده از الگوریتم تبرید شبیه‌سازی شده[16] (SA) و به ازای $\lambda = ۵/۰$ بر روی داده‌های چهار بورس صورت پذیرفته بود، که زمان اجرا و دقت جواب‌ها در جدول(۱۵) ثبت شده است.

جدول۱۵. نتایج اجرای الگوریتم به ازای $\lambda = ۵/۰$

بورس	زمان اجرا(دقیقه)	ریسک	برگشت	دقت
IRAN	۱/۱۳	۰/۰۰۸۹۹	۰/۰۰۲۳۱	۹۸٪/۹۷
Hang seng	۲/۱۲	۰/۰۰۹۱۱	۰/۰۰۱۰۰	۹٦٪/۵۷
DAX	۲/۱٤	۰/۰۰۷۵۹	۰/۰۰۱۰۳	۹۷٪/۹۷
FSTE	۲/۱۸	۰/۰۰۸٤٦	۰/۰۰۱۲۳	۹۷٪/۷۵

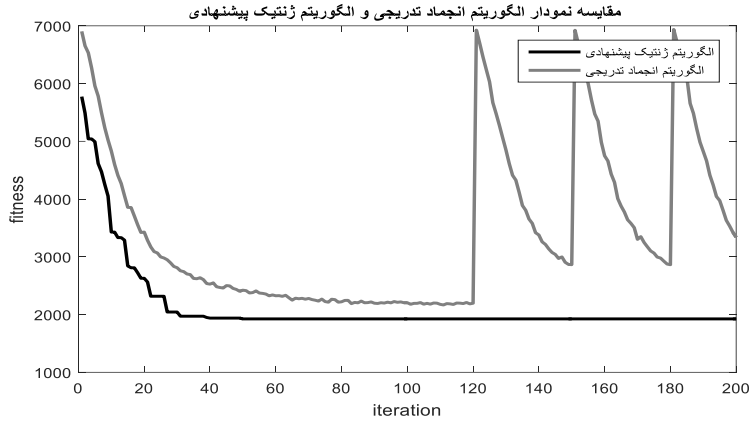
روند پیشرفت الگوریتم در سه بورس دیگر شباهت زیادی به الگوریتم مورد نظر ما دارد که مقدار برازش بهترین کروموزوم هر نسل به سرعت کاهش می‌یابد و به کمترین مقدار می‌رسد. الگوریتم مورد نظر ما در دو سوم اولیه نسل‌ها به جواب قابل قبولی می‌رسد و در نتیجه در شرایطی که سرعت بالا مدنظر است در مدت زمان کوتاهی به جواب مناسب دست یابد. نمودار حاصل از الگوریتم انجماد تدریجی به صورت ذیل می‌باشد.

[16] Simulated Annealing



شکل۷. نمودار حاصل از الگوریتم انجماد تدریجی

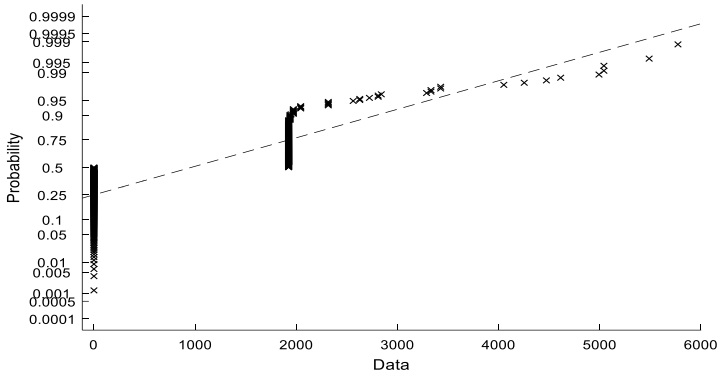
با مقایسه دو نمودار حاصل از الگوریتم ژنتیک پیشنهادی در این پژوهش و الگوریتم انجماد تدریجی به کار گرفته شده در بررسی‌های قبلی نمودار جبهه پارتو[17] زیر حاصل می‌گردد.



شکل۸. جبهه پارتو مقایسه دو نمودار حاصل از الگوریتم انجماد تدریجی و الگوریتم ژنتیک پیشنهادی

از مقایسه دو نمودار بالا متوجه می‌شویم که در الگوریتم انجماد تدریجی، جواب اولیه برای شروع الگوریتم با توجه به نمودار شکل (۶) که به صورت قطعی حل شده، نزدیک‌تر است ولی در ادامه راه این الگوریتم ژنتیک است که بهبود بیشتری در پاسخ‌ها داده و به نتایج بهتری منجر می‌گردد. همچنین پراکندگی جواب‌ها به ازای اوزان متفاوتی که به هر یک از پارامترهای تابع هدف داده می‌شود به صورت نمودار شکل (۹) است.

[17] Paretto



شکل۹. پراکندگی جواب‌های به ازای اوزان مختلف

یکی از دلایل مهمی که الگوریتم ژنتیک پیشنهادی در این پژوهش عملکرد بهتری را نسبت به الگوریتم SA دارد آن است که الگوریتم انجماد تدریجی به مقدار اولیه وابستگی بسیاری دارد. شاید اگر بجای انتخاب اعداد تصادفی در بازه صفر و یک، از حالت باینری استفاده می‌شد، نتایج بهتری حاصل می‌گردید امّا اساس این پژوهش بر این روش قرار داده شده است. مورد دیگر آن است که بر اساس اشکال (۷) و (۸)، الگوریتم انجماد تدریجی دائماً در بهینه محلی به دام می‌افتد که برای حل مسئله بهینه‌سازی سبد سهام و بر اساس روش ابداعی این پژوهش روند حل را طولانی‌تر می‌کند چرا که اگر متغیر دمای اولیه در SA به درستی انتخاب نگردد، دچار بروز این مشکل می‌شود. در نتیجه توصیه می‌شود که معمولاً از یک الگوریتم به مانند جستجوی همسایگی متغیر برای پیدا نمودن جواب اولیه به صورت ترکیبی با الگوریتم انجماد تدریجی استفاده گردد.

در الگوریتم ژنتیک می‌توانیم حل را با الگوریتم انجماد تدریجی آغاز کرده و سپس با ژنتیک به جستجوی جواب بپردازیم ولی پیش‌بینی مقدار اولیه مناسب برای متغیرهای مسئله انتخاب سبد سهام با الگوریتم انجماد تدریجی، بدون Benchmark ممکن نیست. دلیل دیگری که الگوریتم ژنتیک پیشنهادی از الگوریتم انجماد تدریجی در این مسئله عملکرد بهتری از خود نشان داد آن است که الگوریتم ژنتیک این امکان را می‌دهد که با جهش‌ها و یا تقاطع در کروموزوم‌های پیشنهادی، از به دام افتادن در بهینه محلی اجتناب کند در حالی که در الگوریتم انجماد تدریجی باید تلاش نمود تا تعداد کمینه‌های محلی عمیق یا حالاتی که به میزان زیادی از همسایه‌هایشان کیفیت کمتری یا به صطلاح انرژی کمتری دارند را کاهش داد. چنین نقاطی می‌توانند به احتمال بسیار بالایی و تقریباً متناسب با کل تعداد حالات در یک همسایگی و برای زمان زیادی که یک تابع نمایی است، الگوریتم انجماد تدریجی را با مشکل مواجه کنند و اگر شرط پایان اجرای الگوریتم را زمان در نظر بگیریم، در این حالات الگوریتم ژنتیک پیشنهادی این پژوهش، نتایج مناسب‌تری را نشان می‌دهد.

۷) نتیجه گیری و پیشنهادها

بر اساس مقایسه‌ای که بین مدل ارائه شده در این مقاله و مدل‌های ارائه شده در سایر مقالات انجام گرفته می‌توان به این نکته اشاره کرد که مدل مذکور در این پژوهش سعی کرده تا با قرار دادن وزن برای هر یک از شاخص‌های یاد شده تأثیر هر کدام را در انتخاب فرد سرمایه‌گذار برای گزینش یک سهم خاص مدنظر قرار دهد. همچنین در این مدل برای سلیقه

احتمالی فرد سرمایه‌گذار تدبیری اندیشیده شده که شما آن را در آنتروپی و با تحت تأثیر قرار دادن λ در مقدار w که در نهایت آن را w' نامیدیم مشاهده می‌کنید. یکی دیگر از ویژگی‌های این مدل که برای اولین بار ارائه شده است، این است که سعی کرده تا یک فرد سرمایه‌گذار نتواند نصف و بیشتر از نصف اوراق انتشار داده شده در هر سهم را خریداری کند. در واقع برای فرد سرمایه‌گذار سقفی مشخص شده است. همچنین برای جلوگیری از ضرر کردن فرد سرمایه‌گذار در این مسئله و در این مدل یک حداقل نرخ بازده مورد انتظار سرمایه‌گذار معرفی شده است تا هر انتخابی که بازده‌اش از این میزان کمتر باشد در همان ابتدا رد شود. در ارتباط با روند حل مسئله می‌توان به این موضوع اشاره کرد که یکی از خصوصیات این مدل آن است که نه تنها داده‌های گسسته بلکه داده‌های پیوسته را نیز مورد بررسی قرار می‌دهد.

در زمینه جهش زدن بر روی جمعیت اصلی و هر یک والدها یکی از خصوصیات روند حل قرار دادن یک چرخش متشکل از ۶ جهش است. همچنین برای دو تابع هدفی که در این مدل ذکر کردیم، با استفاده از فرآیند تحلیل سلسله‌مراتبی وزنی قائل شدیم که این وزن‌ها دست سرمایه‌گذار را برای اعمال سلیقه در این مدل باز می‌گذارد و در نهایت با استفاده از لکسیوگرافی باز این دو تابع هدف را یک جنس کرده و در یک تابع هدف که کمینه کردن مجموع این دو تابع است به کار می‌گیریم. یکی از راه‌هایی که می‌تواند در پیشبرد این تحقیق مؤثر باشد شاید تعیین جواب اولیه با استفاده از الگوریتم انجماد تدریجی و حل آن با استفاده از الگوریتم ژنتیک باشد که به نظر اینجانب از نقاط ضعف این مقاله محسوب می‌شود.

برای سرد و گرم کردن سیستم از روال حاکم بر الگوریتم‌های تبرید تدریجی استفاده شود. همچنین می‌توانیم یک جبهه پارتو تعیین کنیم تا مسیر حرکت الگوریتم را به ما نشان دهد. از طرفی این کار می‌تواند به پی بردن به صحت کاهش انرژی و یا عدم قرار گرفتن در یک بهینه محلی کمک کند. و این کار با استفاده از تعیین λهای مختلف امکان‌پذیر است. پیشنهاد دیگر برای بهبود الگوریتم‌های حل، این است که از یک الگوریتم مانند جستجوی همسایگی متغیر برای تعیین یک جواب اولیه استفاده شود و سپس از الگوریتم دیگری برای حل مدل استفاده گردد. این کار برای هر سه مرحله قابلیت اجرایی دارد. در واقع می‌توانیم از چهار الگوریتم استفاده کنیم که دو الگوریتم برای تعیین مقدار اولیه و دو الگوریتم دیگر برای بهبود حل مدل است و در نهایت این چهار الگوریتم را به یکدیگر مرتبط سازیم. به عبارت دیگر، دو الگوریتم هیبریدی را با یکدیگر ترکیب می‌کنیم. از طرفی برای بی‌مقیاس‌سازی از روش نوین ارتجاعی بهره ببریم.

منابع

Anagnostopoulos, K. & Mamanis, G. (2009). Multiobjective evolutionary algorithms for complex portfolio optimization problems. *Springer-Verlag*, 8(3): 259-279. DOI:10.1007/s10287-009-0113-8

Armananzas, R. & Lozano, J. A. (2005). A multiobjective approach to the portfolio optimization problem. *IEEE congress on evolutionary computation*, 2: 1388- 1395. DOI:10.1109/CEC.2005.1554852

Chang-Chun Lin, Yi-Ting Liu_Genetic algorithms for portfolio selection problemswith minimum transaction lots (2008). DOI:10.1016/j.ejor.2006.12.024

Derakhshan, M., Golmakani, H. & Hanafizadeh, P. (2012). Multiobjective Portfolio Selection of Tehran Stock Exchange with the Metaheuristic Optimization Approach. *International Journal of Indestrial Engineering and Production Management*, 23(3): 318-331. (*in Persian*). Doi: 10.22091/jemsc.2019.1294

Fernandez, A. , Gomez, S. , "Portfolio Selection Using Neural Networks", Computers & Operations Research, No. 34, pp. 1177-1191, 2007. DOI:10.1016/j.cor.2005.06.017

HosseinDastkhan, Naser Shams Gharneh, HamidRezaGolmakani. _ A linguistic-based portfolio selection model using weighted max–min operator and hybrid genetic algorithm (2011). DOI:10.1016/j.eswa.2011.03.060

Irina Bolshakova, Mikhail Kovalev_portfolio optimization problems (2009). Doi: 10.22091/jemsc.2019.1294

Khaleiji, M., Zeiaee, M., Tabei, A., Jahed-Motlagh, M.R. & Khaloozadeh, H. (2009). Dynamically Weighted Continuous Ant Colony Optimization for Bi- Objective Portfolio Selection Using Value-at-Risk. *Third Asian International Conference on Digital Object Identifier*, 1(2): 230-235. Doi: 10.22091/jemsc.2019.1294

Li, H. & Zhang, Q. (2009). Multiobjective Optimization Problems with Complicated Pareto Sets, MOEA/D and NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Comutation*, 13(2): 284-302. DOI:10.1109/TEVC.2008.925798

Lilian Noronha Nassif, João Carlos Santiago Filho, José Marcos Nogueira_ Project Portfolio Selection in Public Administration Using Fuzzy Logic (2013). DOI:10.1016/j.sbspro.2013.03.036

Lin, C. M. , Gen, M. , "An Effective Decision-based Genetic Algorithm Approach to Multi-objective Portfolio Optimization Problem" , Applied Mathematical Sciences ,Vol. 1, No. 5, pp. 201-210, 2007. DOI:10.1016/j.amc.2003.10.057

Maciej Nowak_ Project Portfolio Selection Using Interactive Approach (2013). Doi: 10.1016/j.proeng.2013.04.103

Markowitz, H, Todd, P, Xu, G, & Yamane, Y. (1993). Computation of mean-semi variance efficient sets by the critical line algorithm. Annals of Operations Research, 45, 307–317. DOI:10.1007/BF02282055

Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. Journal of Finance, 7, 77–91. Doi: 10.2307/2975974

Markowitz, H. (1956). The optimization of a quadratic function subject to linear constraints. Naval Research Logistics Quarterly, 3, 111–133. Doi: 10.1002/nav.3800030110

Mishra, S.K., Panda, G. & Meher, S. (2009). Multi-objective particle swarm optimization approach to portfolio optimization. *World Congress on Nature & Biologically Inspired Computing*. DOI:10.1109/NABIC.2009. 5393659. DOI:10.1109/NABIC.2009.5393659

Raei, R.(2002). Creating stock portfolios for risky investors: Comparison of Neural Networks and Markovitz Models,2(2):77-96.(in persian) Doi: 10.22034/amfa.2019.1870129.1235

Shahalizadeh, M & Memariani, A.(2002). Mathematical Framework Selection of stock portfolios with multiple goals. Accounting and Audit review,10(23):83-110.(in persian) Doi: 10.22034/amfa.2016.527813

Skolpadungket, P., Dahal, K. & Harnpornchai, N. (2007). Portfolio optimization using multi-objective genetic algorithms. *IEEE congress on evolutionary computation*, CEC: 516-523. DOI: 10.1109/CEC.2007.4424514. DOI:10.1109/CEC.2007.4424514.

Speranza, M. Grazia. (1995). A Heuristics Algorithm for A Portfolio OptimizationModel Applied To the Milan Stock Market, Computer & Ops Res, 5,. 433-441. Doi: 10.1016/0305-0548(95)00030-5

Tanaka, H. , Guo, P. , Turksen, I. B. , "Portfolio Selection Based on Fuzzy Probabilities and Possibility Distributions", Fuzzy sets and Systems, No. 111, pp. 387-397, 2000. DOI:10.1016/S0165-0114(98)00041-4

Vafaei Jahan, M. , AkbarzadehTootonchi, M. R. , "Spin Glass Portfolio Selection," Proceeding of First Joint Congress on Fuzzy and Intelligent Systems, pp. 29-31, Aug 2007. DOI: 10.22091/jemsc.2019.1294

Werner, J. C. , Fogarti, T. C. , "Genetic Control Applied to Asset Managements", EuroGP, LNCS, pp. 192-201,2002. DOI:10.1007/978-3-540-89378-3_52

Yousef Kilani_ Comparing the performance of the genetic and local search algorithms for solvingthesatisfiability problems (2010). Doi:10.1016/j.asoc.2009.07.012