

## تعیین مقدار سفارش اقتصادی با ملاحظه کیفیت کالاها، بازیابی مخرب، دوباره کاری و مروری بر کمبود و اقلام ناقص\*

<sup>1</sup> حسن ترابی

<sup>2</sup> محمدحسین کریمی گوازشکی

<sup>3</sup> مرتضی عباسی

### چکیده

از جمله مهم ترین فرض های غیر واقعی مدل مقدار سفارش اقتصادی، کیفیت تمام و کمال کالاهای رسیده به انبار است. در این مقاله در تلاش برای فائق آمدن بر این محدودیت و نزدیک ساختن این مدل به شرایط واقعی، بازیابی های مخرب و وجود اقلام غیر کامل و مردود بعد از دوباره کاری را در نظر گرفته شده است. در سه حالت 1- عدم نگهداری اقلام غیر کامل و قابل دوباره کاری بعد از بازیابی 2- نگهداری اقلام مذکور تا پایان دوره بازیابی و 3- نگهداری این اقلام تا پایان دوره مقدار سفارش اقتصادی تعیین شده است. همچنین نتایج نشان می دهد که اگر از مدل سنتی به جای مدل جدید و اصلاح شده استفاده شود، با افزایش هزینه مواجه خواهیم شد. عبارتی، با افزایش مجموع نسبت اقلام غیر کامل و قابل دوباره کاری، مقدار سفارش اقتصادی و هزینه کل در واحد زمان افزایش می یابد. از حل مثال عددی هم برای بررسی نتایج کمک گرفته شده است.

**واژه های کلیدی:** اقلام غیر کامل، بازیابی، دوباره کاری، مقدار سفارش اقتصادی و هزینه.

\* تاریخ دریافت: 1395/10/17؛ تاریخ پذیرش: 1396/04/27.

1. دانشجوی دکتری مهندسی صنایع، دانشکده مدیریت و فناوریهای نرم، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران.

h\_torabi@alum.sharif.edu

2. دانشیار گروه مدیریت سیستم و بهره وری، دانشکده مدیریت و فناوریهای نرم، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران.

mh\_karimi@aut.ac.ir

3. استادیار گروه مدیریت سیستم و بهره وری، دانشکده مدیریت و فناوریهای نرم، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران.

abbasi@alum.sharif.edu

## مقدمه

در ادبیات مدیریت موجودی، تلاش بسیار زیادی صورت گرفته است تا مدل‌های اندازه‌ی انباشته را از بند فرضیات محدود کننده‌ی این مدل رها سازند. برای مثال، فرض مدل EOQ مبنی بر کیفیت تمام و کمال کالاها، در اکثر کاربردهای صنعتی غیر واقعی است و اگر به کار گرفته شود؛ می‌تواند منجر به خطاهایی در تعیین اندازه‌ی سفارش و پارامترهای مربوطه در کنترل موجودی، مثل دوره چرخش موجودی و اندازه‌ی سفارش عقب افتاده شود.

این فرض بسیاری از محققین را به سوی تعدادی از مدل‌های اندازه انباشته‌ی عملی و واقعی رهنمون شده است که در آن‌ها کیفیت غیر کامل و در نتیجه تأمین غیر قابل اتکا است (خان و همکاران، 2011). ما در ادامه کارهای محققینی چون سلامه و جابر، چان و تیسو، قصد داریم مدل مربوط به EOQ را یک گام دیگر به واقعیت نزدیک سازیم.

## پیشینه پژوهش

آرو (1958) از اولین کسانی بود که به این موضوع پرداخت. او فرضیاتی را مورد مطالعه قرار داد که پایه ساختار مؤلفه‌های هزینه موجودی هستند و سه مدل روزنامه فروش تک مرحله‌ای را برای مشخص کردن سیاست سفارش‌دهی بهینه تحت تأمین تصادفی ارائه کرد. پورتنوس (1986) تأثیر اقلام معیوب را بر مدل پایه EOQ مطالعه کرد در حالی که فرض می‌شد یک فرایند با احتمال ثابت از کنترل خارج می‌شود و رابطه بین بهبود کیفیت فرایند و کاهش هزینه راه‌اندازی را فرموله کرد. او با مدلسازی دریافت که رابطه قابل توجهی بین آن‌ها وجود دارد. کاهش هزینه راه‌اندازی به تنهایی اندازه انباشته را کوچک‌تر کرده، تعداد اقلام معیوب را کاهش داده و هزینه سالانه‌ی کمتری ایجاد می‌کند. وی نشان داد که زمانی که سرمایه‌گذاری مشترک هم در بهبود کیفیت فرایند و هم در کاهش هزینه راه‌اندازی به گونه بهینه‌ای انجام شود، هزینه سالانه می‌تواند باز هم کاهش یابد. از مدل وی این گونه برداشت می‌شود که به محض این که فرایند خارج از کنترل قرار می‌گیرد، تولید اقلام معیوب تا زمانی که راه‌اندازی بعدی تنظیم می‌شود ادامه می‌یابد. به هر

حال، در مورد کنترل فرایند پویا و زمانی که نوع محصول گران است این فرض خاص واقعی نیست. روزنبلات و لی (1986) در حالتی که فرایند کامل نیست تولید در انباشته‌های کوچک‌تر را پیشنهاد کردند. آن‌ها فرض کردند که زمان بین حالت‌های تحت کنترل و خارج از کنترل یک فرایند از توزیع نمایی پیروی می‌کند و ارقام معیوب بلافاصله دوباره کاری می‌شوند. در مقاله‌ی بعدی این دو محقق در سال 1987، سیاست مشترک اندازه انباشته و تعیین کیفیت را برای مدل EOQ با نسبت ثابتی از محصولات معیوب، مورد مطالعه قرار دادند. اربن (1998) نرخ نقص فرایند را بعنوان تابعی از زمان کاری مدل کرد و راه‌حلی از نوع بسته<sup>1</sup> برای مقدار تولید اقتصادی به دست آورد.

محققین همچنین تعیین اندازه انباشته را با ارقام غیر کامل تحت شرایط نرخ‌های تقاضا و تولید تصادفی آزموده‌اند. گرچاک و همکاران (1988)، مسئله تولید تک دوره‌ای را در حالتی تحلیل کردند که فرایند تولید با تقاضای غیرقطعی و تولید متغیر مشخص شده است. مدل تک دوره‌ای که برای این مسأله گسترش یافت سپس برای مدل n دوره‌ای بسط پیدا کرد. یانو و لی (1995) مروری بر ادبیات مدل‌های تعیین اندازه انباشته را با تولید یا تدارکات تصادفی ارائه کردند. گراسفلد - نیر و گرچاک (2004) ادبیات مربوط به سیستم‌های تولید غیر کامل تک مرحله‌ای و چند مرحله‌ای را بررسی کردند که مربوط به تولید و بازبینی تصادفی هستند. ایندرفرت (2003) یک برای نرخ تقاضا و عرضه‌ای که توزیع یکنواخت دارند سیاست تولید بهینه تعیین کرد.

سلامه و جابر (2000) یک مدل EOQ با این مشخصات را مورد مطالعه قرار دادند که هر انباشته‌ی EOQ شامل درصد مشخصی از ارقام معیوب است. این درصد یک متغیر تصادفی پیوسته با تابع چگالی احتمال کاملاً مشخص است. به محض رسیدن انباشته به انبار، یک بازرسی 100% از آن انجام می‌شود که هزینه آن برای هر واحد مشخص و سرعت آن بیش از تقاضا است. تقاضا به صورت موازی با فرایند بازرسی رخ می‌دهد و از بین کالاهایی که طی این فرایند کامل شناخته شده‌اند تأمین می‌شود. مدل اجازه کمبود

<sup>1</sup> Closed-form

نمی‌دهد و شرط کافی برای تضمین آن ارائه می‌کند. اقلام با کیفیت پایین در انبار نگه داشته شده و با قیمت پایین‌تری نسبت به اقلام با کیفیت بالا و کامل فروخته می‌شوند. مدل آنان سرآغاز کارهای تحقیقاتی بسیاری شد و نقطه عطفی در این زمینه محسوب می‌شود. گویال و کاردناس-بارون (2002) رویکرد ساده‌تری را نسبت به مدل سلامه و جابر (2000) ارائه کردند طوری که محاسبه اندازه انباشته، راحت‌تر و با قابلیت اعمال بیشتری نسبت به آن بود. البته نتایج مقایسات مدل‌ها نشان‌دهنده تفاوت بسیار جزئی در سودهای سالیانه مدل اصلی و تعدیل شده بود. بر خلاف مدل‌های مربوط به تحقیقات قبلی که اقلام غیرکامل و معیوب را با صرف هزینه‌ای یا بلافاصله دوباره کاری می‌کردند یا در انبار نگه داشته یا رد می‌کردند، چان و همکاران (2003) چارچوبی را فراهم کردند که در آن قیمت‌گذاری پایین، دوباره کاری و رد اقلام در یک مدل EPQ واحد تجمیع شد. در مدل آن‌ها هم مشابه مدل سلامه و جابر (2000) بازرسی 100% برای یافتن اقلام غیرکامل، کامل و مردود در هر انباشته انجام می‌شود و فرض می‌شود که اقلام با کیفیت غیرکامل و نه لزوماً معیوب، می‌توانند در شرایط تولیدی دیگر مورد استفاده قرار گرفته یا به خریدار خاصی با قیمت پایین‌تر فروخته شوند. از مدل آنان نتیجه می‌شود که شاخص زمانی در مورد این که چه زمانی اقلام غیرکامل فروخته شوند عاملی اساسی بوده و هزینه موجودی و اندازه انباشته را تحت تأثیر قرار می‌دهد. در ادامه، پاپاکریستوس و کنستانتاراس (2006) با تجدید نظر در مدل سلامه و جابر (2000)، شرایط لازم برای عدم مواجهه با کمبود را اصلاح کردند و آن را در حالتی که اقلام معیوب بعد از بازبینی تا پایان دوره نگهداری می‌شوند گسترش دادند و فقط با استفاده از تابع هزینه به اندازه انباشته بهینه رسیدند. آن‌ها ثابت کردند شرایط موجود در مدل سلامه و جابر (2000) برای عدم مواجهه با کمبود کافی نیستند و بیان کردند که در چنین مدل‌های تصادفی و غیرقطعی که نسبت اقلام غیرکامل با متغیری تصادفی نشان داده می‌شود باید با دقت بیشتری عمل کرد و معیارهایی همچون هزینه کمبود یا بهینه‌سازی نرخ پاسخ به مشتری را در نظر گرفت.

میرزازاده و همکاران (1385) هم با در نظر گرفتن نرخ‌های تورم به صورت تابعی از

زمان، وابستگی تقاضا به این نرخ‌ها، کالای فاسد شدنی و مجاز بودن کمبود، سطح موجودی در طول افق زمانی را با استفاده از معادلات دیفرانسیل مورد ارزیابی قرار داده و بر مبنای روش ارزش فعلی، مسئله را مدل‌سازی می‌کنند. تیسو (2007) با اعمال تابع هزینه کیفیت پایین تاگوچی و فرض تابع نرمال برای کیفیت محصول، مقادیر سود کمتر و اندازه انباشته بهینه بزرگتر نسبت به مدل سنتی EOQ به دست آورد. نسبت این مقدار بر مقدار سنتی با افزایش درصد کالاهای معیوب، کاهش و با افزایش نرخ بازبینی افزایش می‌یابد. در مدل وی زمانی که کیفیت موجودی خارج از حدود فنی است، اقلام معیوب اسقاط می‌شوند. تمام محصولاتی که در محدوده مشخصات فنی قرار می‌گیرند، نگهداری می‌شوند و به تناسب فاصله کیفیت خود با مقدار هدف، با تخفیفی که از تابع کیفیت تاگوچی نشأت می‌گیرد فروخته می‌شود. تیسو (2007) در دو مورد در زمینه مدل موجودی مشارکت می‌کند. اول اینکه هزینه کیفیت پایین را وارد مدل EOQ می‌کند. در ثانی کارهای قبلی در این زمینه را گسترش می‌دهد. مطالعات قبلی فقط هزینه کیفیت پایین اقلامی را که در خارج از حدود مشخصات فنی بودند در نظر می‌گرفتند در حالی که وی اقلامی را هم که در محدوده این مشخصات قرار می‌گیرند لحاظ می‌کند. وهاب و جابر (2010) با این فرض که کالاهای معیوب و کامل در یک انبار نگهداری نمی‌شوند و با در نظر گرفتن هزینه‌های نگهداری مختلف برای هر کدام از آن‌ها، مقدار سفارش بهینه اقتصادی جدیدی به دست آوردند. تحلیل‌ها نشان دادند که اندازه انباشته تحت هزینه‌های نگهداری متفاوت برای اقلام غیر معیوب و معیوب، به تناسب اقلام معیوب افزایش می‌یابد. اما زمانی که تعداد کالاهای ارسالی زیاد باشد؛ هیچ تفاوتی در اندازه انباشته مشاهده نمی‌شود، بنابراین این پیشنهاد که برای حجم زیاد ارسال‌ها هزینه‌های نگهداری موجودی جداگانه‌ای برای اقلام کامل و غیر کامل اعمال شود ضروری نیست. پنتیکو و دریک (2011) مروری بر مدل‌های موجودی با محصولات فاسدشدنی و سفارش عقب افتاده را ارائه می‌دهند. بارزوکی و همکاران (2011) با تأکید بر موجودی کالای در جریان و محصولات غیر کامل تولیدی که یا قابل دوباره کاری یا غیر قابل دوباره کاری هستند و با

قیمت پایین فروخته می‌شوند، گام جدیدی در توسعه مدل مقدار تولید اقتصادی EOQ برداشتند. تیسو و همکاران (2012) بر پایه کارهای سلامه و جابر (2000)، چان و همکاران (2003) و پاپاکریستوس و کنستانتاراس (2006) یک مدل EPQ را با ویژگی کیفی پیوسته، دوباره کاری و رد اقلام توسعه دادند و دریافتند که یک اندازه انباشته بهینه وجود دارد که هزینه کل کمینه را در مدل ایجاد می‌کند. آن‌ها همچنین نتیجه گرفتند که اگر درصد اقلام با کیفیت غیر کامل و مردود، صفر باشد یا به سمت صفر میل کند، اندازه انباشته بهینه مدلشان برابر با همان مدل EPQ سنتی است. باکر و همکاران (2012) مروری بر سیستم موجودی با محصولات فاسدشدنی را از سال 2001 مورد مطالعه قرار داده‌اند.

سو و سو (2013) یک مدل مقدار سفارش اقتصادی با اقلام غیر کامل به لحاظ کیفی، خطا در بازمینی، سفارش عقب افتاده به دلیل کمبود و مرجوعی را ارائه می‌دهند و تفاوت کار آنان با مداح و همکاران (2010) در مجاز بودن کمبود در این مدل است. اکبری و صفاری (1393) با فرض برقراری یک اعتبار تجاری دو سطحی، یک مدل موجودی برای اقلام فاسدشدنی توسعه می‌دهند. گلاک و همکاران (2014) در یک مطالعه سطح سوم<sup>1</sup> (با مرور بر مطالعات مروری)، تعمیم مدل اندازه انباشته هریس را در موضوعاتی چون سیستم‌های موجودی چندسطحی<sup>2</sup>، مشوق‌ها (همچون تخفیفات یا اعتبارات تجاری) و بهره‌وری مورد تحلیل قرار دادند. جواد و همکاران (2015) در تلاش برای نزدیک کردن این مدل به محیط واقعی، در مقاله خود به محدودیتی دیگر به نام هزینه‌های پنهان در سیستم‌های موجودی اشاره می‌کنند. برخی از این هزینه‌ها مربوط به موضوعات پایداری همچون محیطی، اجتماعی و اقتصادی است. طالع‌زاده و همکاران (2016) با در نظر گرفتن فاصله جغرافیایی تأمین‌کننده و خریدار، کیفیت غیر کامل و معیوب برخی اقلام و عدم امکان جایگزین کردن بدون وقفه آن‌ها، بازمینی، تعمیر و همچنین زمان رسیدن انباشته اقلام تعمیر شده به انبار خریدار، چهار مورد مطالعاتی را در مطالعه خود مورد بررسی قرار

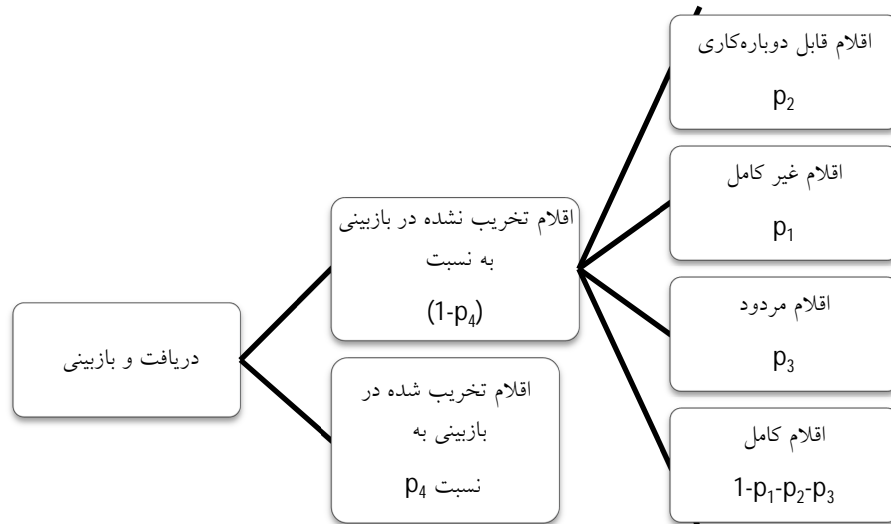
1 Tertiary study

2 Multi-stage inventory systems

داده و راه حل بهینه برای هر کدام را مطرح می‌سازند. ایده کار تحقیقاتی ما نیز در این مقاله، از مدل‌های سلامه و جابر (2000)، چان و همکاران (2003) و تیسو و همکاران (2012) گرفته شده است.

پیشرفت مدل‌های قبلی بالاخص در سه مطالعه‌ای که این مقاله ملهم از آنهاست (چان و همکاران (2003)، سلامه و جابر (2000) و تیسو و همکاران (2012)) فارغ از تفاوت‌های خاص خود، تا بدین نقطه رسیده است که بعد از دریافت و بازیابی، اقلام به چهار دسته غیر کامل، قابل دوباره کاری، مردود و کامل دسته‌بندی و مدل بر این اساس ساخته شده است. اما از آنجا که در برخی موارد، بازیابی اقلام می‌تواند مخرب باشد (مثلاً در بررسی کیفیت برخی اقلام الکترونیکی) در مطالعات صورت گرفته اشاره‌ای به این موضوع نشده است و لذا در این مقاله با در نظر گرفتن بازیابی مخرب و وجود درصدی از اقلامی که طی این فرایند از بین می‌روند گامی دیگر در جهت نزدیک ساختن مدل به واقعیت برداشته می‌شود.

به دیگر سخن، شکل 1 گویای این موضوع است. ستون دوم این شکل نشان دهنده نوآوری در این مقاله است حال آن که در مدل‌های قبلی به دسته‌بندی ستون سوم بسنده شده است.



شکل 1. نقشه راه تصمیم‌گیری در مدل جدید مقدار سفارش اقتصادی

## روش تحقیق

این تحقیق یک پژوهش نظری و توسعه‌ای است و داده‌های مربوط به آن از طریق مطالعات کتابخانه گردآوری شده است. جهت بررسی اعتبار نتایج نیز از روش تحلیل حساسیت با ارائه مثال عددی استفاده شده است.

## یافته‌های پژوهش

### مدل جدید مقدار سفارش اقتصادی

اندیس‌ها، پارامترها و متغیرهای مدل مورد نظر به ترتیب در جداول 1 تا 3 آمده است.

جدول 1. اندیس‌های مورد استفاده در مدل

راه‌اندازی	s	ساخت	m
دوباره کاری	rw	حالت مطلوب ویژگی کیفی	t
رد کردن	Ij	حالت	i
کیفیت کامل	p	کیفیت غیرکامل	i
بهبود	*	مقدار پارامتر در مدل سنتی	ϕ

جدول 2. پارامترهای مورد استفاده در مدل

هزینه (راه‌اندازی، دوباره کاری، رد کردن و... به تناسب اندیس)	C	متوسط موجودی	I
هزینه سفارش کالا	K	قیمت فروش واحد محصول برای اقلام با کیفیت کامل	s
نرخ تقاضا در واحد زمان	D	قیمت فروش واحد محصول برای اقلام با کیفیت ناکامل	v
هزینه نگهداری هر واحد در واحد زمان	H	قیمت فروش واحد محصول برای اقلام قابل دوباره کاری در مدل EOQ	w
حدود مشخصه فنی پایین برای اقلام کامل	LSL <sub>1</sub>	حدود مشخصه بالا برای اقلام کامل	USL <sub>1</sub>
حدود مشخصه فنی پایین برای اقلام ناکامل	LSL <sub>2</sub>	حدود مشخصه بالا برای اقلام ناکامل	USL <sub>2</sub>



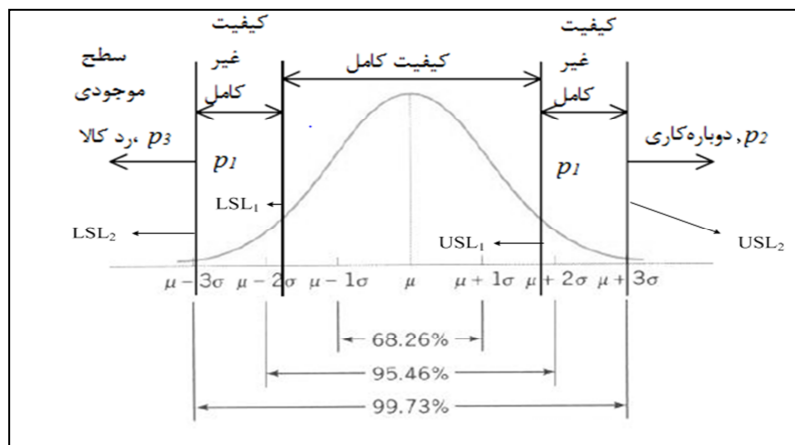
جدول 3. متغیرهای مورد استفاده در مدل

$\beta$	$(P_i / P_p)$	$f_0(x)$	تابع چگالی احتمال کیفی (توزیع عمومی)
$\gamma$	$(P_{rw} / P_p)$	$L_0(x)$	زیان کیفیت پایین تاگوچی به ازای هر واحد محصول کامل
Z	نرخ بازیابی محصول	p	درصد اقلام
Q	اندازه انباشته	TP(Q)	کل سود در هر چرخه اگر Q واحد در طی این مدت تولید شوند.
u	ویژگی کیفی	TCY(Q)	کل هزینه در واحد زمان اگر Q واحد در هر چرخه تولید شوند.
X	متغیر تصادفی که مقدار واقعی ویژگی کیفی را بیان می‌کند.	TRY(Q)	کل درآمد در واحد زمان اگر Q واحد در هر چرخه تولید شوند.
TR(Q)	کل درآمد در هر چرخه اگر Q واحد در طی این مدت تولید شوند.	TC(Q)	کل هزینه در هر چرخه اگر Q واحد در طی این مدت تولید شوند.

### فرضیات مدل

- فرضیه‌های زیر در مدل‌سازی ما مورد توجه قرار گرفته‌اند:
- عامل کمبود یا پس‌افت نادیده گرفته شده است.
- فرایند محصول واحدی را تولید می‌کند.
- ذخیره‌سازی و برداشت یکنواخت و پیوسته‌اند.
- نرخ تقاضا برای محصول، در طول دوره برنامه ریزی یک ساله، معین و ثابت است.
- اقلامی که قابلیت دوباره کاری دارند بلافاصله در این فرایند قرار می‌گیرند.
- اقلام با کیفیت کامل با قیمت مورد نظر و با در نظر گرفتن تابع زیان تاگوچی (به میزان انحراف از کیفیت مطلوب) فروخته می‌شوند.
- اقلام با کیفیت غیر کامل با قیمت پایین‌تر و با در نظر گرفتن تابع زیان تاگوچی (به میزان انحراف از کیفیت مطلوب) فروخته می‌شوند.

- سفارش رسیده مورد بازبینی قرار گرفته و به نسبت  $p_4$  از اقلام آن طی بازبینی تخریب شده و رد می‌شوند.
  - از مقداری که به نسبت  $1 - p_4$  باقی مانده است؛ به نسبت  $p_1$  کالای غیر کامل، به نسبت  $p_3$  کالای مردود و به نسبت  $p_2$  کالای قابل دوباره کاری داریم. در نتیجه به نسبت  $(1 - p_4)(1 - p_1 - p_2 - p_3)$  کالای کامل خواهیم داشت (این فرض مشخصاً و منحصراً در این مقاله به کار گرفته شده است).
  - کالاهای کامل با قیمت  $s$ ، کالاهای غیر کامل با قیمت  $v$  و کالاهای قابل دوباره کاری با قیمت  $w$  به فروش می‌رسند. رابطه این قیمت‌ها به صورت  $w < v < s$  است.
- شکل 2 نمایی از توزیع کیفی اقلام دریافتی را نشان می‌دهد.



شکل 2. توزیع کیفی اقلام دریافتی در مدل جدید مقدار سفارش اقتصادی

تابع هزینه کیفیت پایین تاگوچی برای اقلامی که در بازه‌های مختلف از دامنه ویژگی کیفی قرار دارند مطابق جدول 4 است.

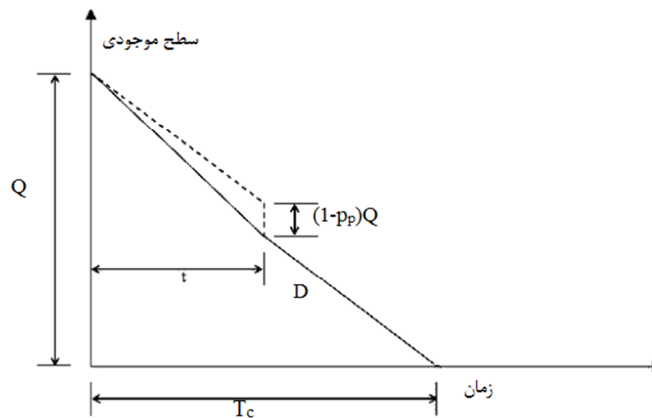
جدول 4. تابع هزینه کیفیت پایین تاگوچی برای اقلام با ویژگی کیفی متفاوت

$LSL_2 \leq x \leq USL_2$	$L(x) = G(x - \mu)^2, G = \frac{C}{U^2}, U = (USL_2 - \mu) = (\mu - LSL_2)$
$USL_2 \leq x$ یا $x \leq LSL_2$	$L(x) = C$

مطابق سطر دوم جدول 4، در حالاتی که مقدار ویژگی کیفی ویرای حدود مشخصات خارجی قرار می‌گیرد به اندازه قیمت خرید زیان می‌کنیم.

### حالت اول

کالاهای غیر کامل، قابل دوباره‌کاری و مردود را بلافاصله بعد از بازبینی و یافتن هر کدام از آن‌ها کنار می‌گذاریم و به انبار منتقل نمی‌کنیم. نمودار موجودی بر حسب زمان مطابق شکل 3 خواهد بود.



شکل 3. نمودار موجودی بر حسب زمان در حالت اول از مدل جدید مقدار سفارش اقتصادی

در شکل 3، طول مدت بازبینی را  $t$  فرض می‌کنیم و  $Z$  را نرخ بازبینی در نظر می‌گیریم.

یعنی  $\leftarrow z = \frac{Q}{t}$ . بنابراین مقدار  $t$  برابر با رابطه (1) خواهد بود.

$$t = \frac{Q}{Z} \quad \text{رابطه (1)}$$

رابطه مربوط به کل هزینه در واحد زمان برای حالت اول برابر با (2) خواهد بود.

$$TCY_1(Q) = \frac{1}{p_p} \left( CD + \frac{KD}{Q} + ID + \frac{hDQ(1-p_p)}{2Z} + p_{rj} D c_{rj} \right) + \frac{hQp_p}{2} \quad \text{رابطه (2)}$$

رابطه مربوط به کل درآمد در واحد زمان برای حالت اول مطابق با رابطه 3 خواهد بود.

$$\begin{aligned}
 TRY(Q) = D(s + v\beta + w\gamma) & \quad \text{رابطه 3} \\
 & - \frac{D(1 - p_4)}{p_p} \left[ \left( \int_{LSL_1}^{USL_1} f(x)L(x) dx \right. \right. \\
 & + \int_{LSL_2}^{LSL_1} f(x)L(x) dx + \int_{USL_1}^{USL_2} f(x)L(x) dx \\
 & \left. \left. + \int_{USL_2}^{+\infty} Cf(x) dx \right) \right]
 \end{aligned}$$

همانطور که مشاهده می‌کنیم، مقدار رابطه 3 مستقل از Q است و در نتیجه برای

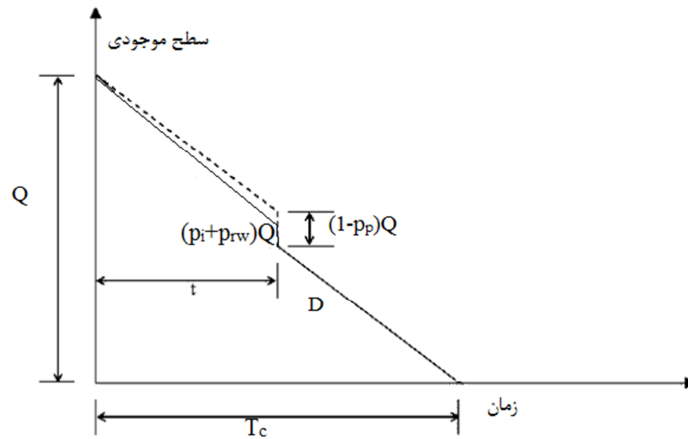
محاسبه آن مقدار از Q که تابع کل سود در واحد زمان یعنی  $TPY(Q) = TRY(Q) - TCY(Q)$  را بیشینه می‌کند کافی است از طریق کمینه کردن رابطه (2) اقدام کنیم. در نتیجه برای حالت اول از رابطه (2) نسبت به Q مشتق گرفته و برابر صفر قرار می‌دهیم و به حل آن می‌پردازیم.

در نتیجه و با صرف نظر از بیان مراحل حل، مقدار سفارش اقتصادی جدید در حالت اول از مدل ما مطابق با رابطه (4) خواهد بود.

$$Q^{*1} = \sqrt{\frac{2ZDK}{h[D(1 - p_p) + Zp_p^2]}} \quad \text{رابطه 4}$$

### حالت دوم

در این حالت بر خلاف حالت اول، اقلام غیر کامل و قابل دوباره‌کاری را تا پایان دوره بازبینی در انبار نگاه می‌داریم. نمودار سطح موجودی بر حسب زمان در این حالت بر اساس شکل 4 است.



شکل 4. نمودار موجودی بر حسب زمان در حالت دوم از مدل جدید مقدار سفارش اقتصادی

کل هزینه در واحد زمان برای حالت دوم برابر با رابطه (5) خواهد بود.

$$TCY_2(Q) = \frac{1}{p_p} \left( CD + \frac{KD}{Q} + ID + \frac{hDQ}{Z} \left( 1 - p_p - \frac{p_{rj}}{2} \right) + p_{rj} D c_{rj} \right) \quad \text{رابطه (5)}$$

$$+ \frac{hQp_p}{2}$$

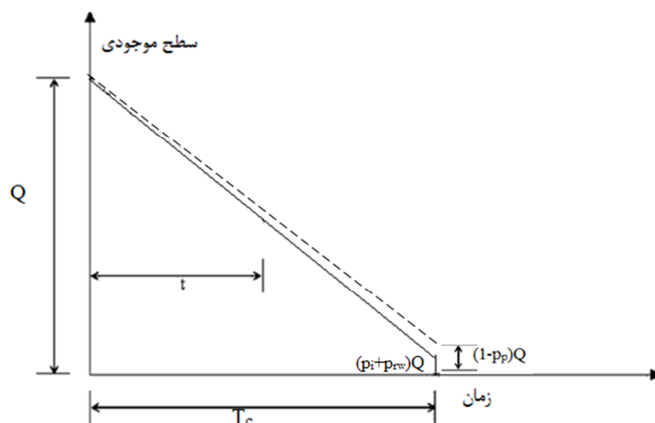
تابع درآمد کل در واحد زمان در این حالت دقیقاً برابر با حالت اول (رابطه 3) بوده و مستقل از Q است. پس همانند حالت قبل عمل می‌کنیم. مقدار سفارش اقتصادی در حالت دوم از مدل جدید، مطابق با رابطه (6) خواهد بود.

$$Q^{*2} = \frac{2ZDK}{\sqrt{h \left[ 2D \left( 1 - p_p - \frac{p_{rj}}{2} \right) + Zp_p^2 \right]}} \quad \text{رابطه (6)}$$

### حالت سوم

در این حالت اقلام غیر کامل و قابل دوباره کاری را بعد از بازیابی تا آخر دوره در انبار نگه می‌داریم. نمودار سطح موجودی بر حسب زمان در این حالت مطابق شکل 5 است.

همانطور که مشاهده می‌کنیم این حالت بسیار نزدیک به حالت سنتی مدل مقدار سفارش اقتصادی است.



شکل 5. نمودار موجودی بر حسب زمان در حالت سوم از مدل جدید مقدار سفارش اقتصادی

رابطه مربوط به کل هزینه در واحد زمان برای حالت سوم برابر با رابطه (7) خواهد

بود.

$$TCY_3(Q) = \frac{1}{p_p} \left( CD + \frac{KD}{Q} + ID + p_{rj} D C_{rj} \right) + hQ \left( 1 - \frac{p_p}{2} - \frac{p_{rj}}{2} \right) \quad \text{رابطه (7)}$$

با توجه به برابری تابع کل درآمد در واحد زمان در هر سه حالت و توضیحات

مربوط به حالت‌های قبل و محاسبات مربوطه، مقدار سفارش اقتصادی در حالت سوم از

مدل جدید، مطابق با رابطه (8) خواهد بود.

$$Q^{*3} = \sqrt{\frac{2DK}{hp_p(2 - p_p - p_{rj})}} \quad \text{رابطه (8)}$$

قابل توجه است که مشتق دوم توابع هزینه کل در واحد زمان برای تمامی حالات سه

گانه مذکور نسبت به Q مطابق رابطه (9) همواره مثبت بوده و دلالت بر تحدب تابع مذکور

دارد. بنابراین مقادیر  $Q^{*1}$  حاصل تنها مقداری است که این توابع را کمینه می‌کند.

تعیین مقدار سفارش اقتصادی با ملاحظه کیفیت کالاها، بازبینی مخرب، 79

$$\frac{d^2TCY_1(Q)}{dQ^2} = \frac{d^2TCY_2(Q)}{dQ^2} = \frac{d^2TCY_3(Q)}{dQ^2} = \frac{2KD}{p_p Q^3} \quad \text{رابطه 9}$$

از طرفی اگر در روابط مربوط به  $Q^{*i}$  ها مقدار  $p_p = 1$  را در نظر بگیریم (همانگونه

که در مدل سنتی  $EOQ$  بدین صورت است) خواهیم داشت:  $Q^{*1} = Q^{*2} = Q^{*3} = \sqrt{\frac{2KD}{h}}$  که همان مقدار  $Q$  مربوط به مدل سنتی  $EOQ$  است و همین را هم انتظار داشتیم. این موضوع را می توان نشانه ای بر درستی محاسبات هم تلقی کرد.

به منظور عدم مواجهه با کمبود باید کالاهای کامل ناشی از بازرسی، حداقل

پاسخگوی تقاضای طول مدت بازبینی باشند، که در رابطه (10) به آن اشاره شده است.

$$p_p - \frac{D}{Z} \geq 0 \quad \text{رابطه 10}$$

### مثال عددی

برای این که به مفید بودن مدل  $EOQ$  ساخته شده پی ببریم؛ یک سیستم تولید با

پارامترهای موجود در جدول 5 را در نظر می گیریم.

جدول 5. داده های مربوط به مثال عددی در مدل جدید مقدار سفارش اقتصادی

پارامتر	مقدار	واحد
K	125	واحد سفارش / واحد پولی
C	0/1	واحد محصول / واحد پولی
$C_{rw}$	0/05	واحد محصول / واحد پولی
$C_{ij}$	0/04	واحد محصول / واحد پولی
h	15	(واحد محصول در واحد زمان) / واحد پولی
D	15000	سال / واحد
P	20000	سال / واحد
I	0/02	واحد محصول / واحد پولی
$P_1$	15	%
$P_2$	10	%
$P_3$	5	%
$P_4$	1	%

نرخ بازبینی را یک واحد در دقیقه فرض می‌کنیم. اگر فرض کنیم که عملیات انبار روزانه به مدت 8 ساعت و به مدت 365 روز در سال اتفاق می‌افتد، آنگاه نرخ بازبینی سالانه برابر با  $1 \times 60 \times 8 \times 365$  خواهد بود یعنی سال/واحد  $Z = 175200$  در این مثال اگر شرط عدم مواجهه با کمبود را بررسی کنیم، طبق رابطه (10) خواهیم داشت:

$$p_p \geq 0/086 \quad \text{بنابر این} \quad p_p - \frac{15000}{175200} \geq 0$$

نسبت‌های مربوط به اقلام با کیفیت‌های متفاوت در جدول 6 مشاهده می‌شود.

جدول 6. نسبت اقلام با کیفیت متفاوت در انباشته مربوط به مثال عددی

$P_p$	$P_{rw}$	$P_{rj}$	$P_i$	$^1 P_p + P_{rw} + P_{rj} + P_i$
1	0	0	0	1
0/96903	0/00999	0/0055995	0/014985	1
0/93812	0/01996	0/01198	0/02994	1
0/90727	0/02991	0/017955	0/044865	1
0/87648	0/03984	0/02392	0/05976	1
0/84575	0/04975	0/029875	0/074625	1
0/81508	0/05964	0/03582	0/08946	1
0/78447	0/06951	0/041755	0/104265	1
0/75392	0/07936	0/04768	0/11904	1
0/72343	0/08919	0/053595	0/133785	1
0/693	0/099	0/0595	0/1485	1

در جدول 7 مقادیر سفارش اقتصادی در هر سه حالت از مدل جدید و مقدار مشابه سنتی که مربوط به مثال عددی است ارائه شده‌اند.

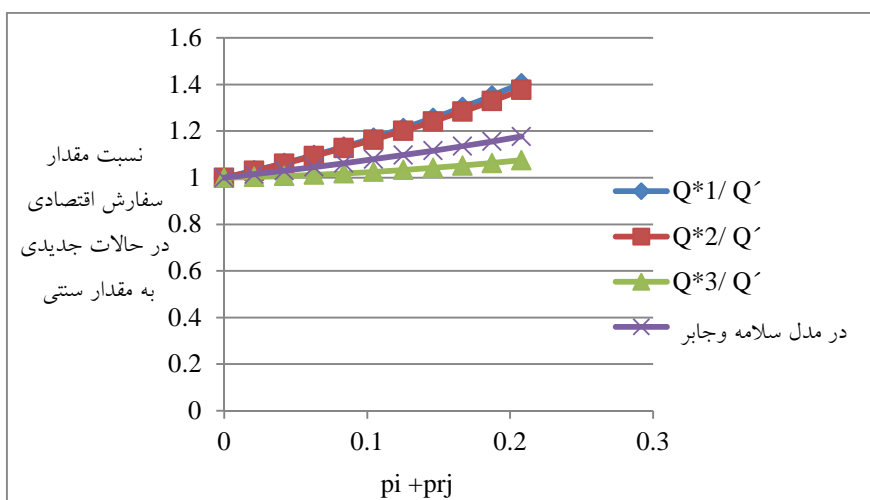
1 در جدول 6 محاسبه مقادیر این ستون برای اطمینان از درستی نسبت‌ها انجام شده است.



جدول 7. مقادیر سفارش اقتصادی در مدل سنتی و جدید

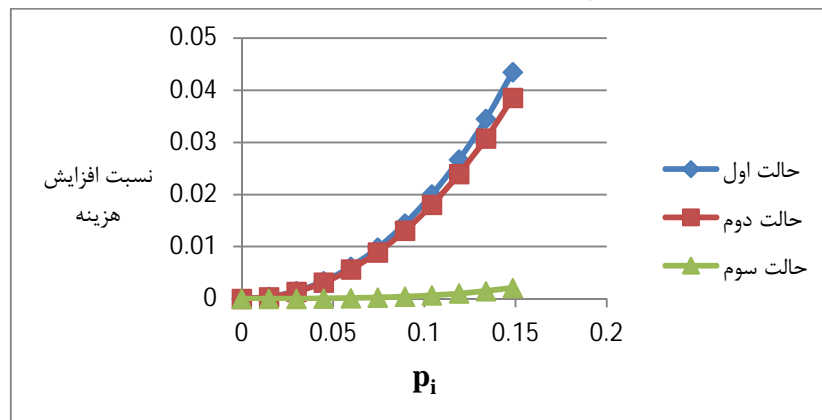
Q	Q* <sup>1</sup>	Q* <sup>2</sup>	Q* <sup>3</sup>
500	500	500	500
500	515/2529	514/6689382	501/7008
500	531/3838	530 /10636	503/8101
500	548/4652	546/3648773	506/3408
500	566/5772	563/5005986	509/3093
500	585/8081	581/5731102	512/7355
500	606/2554	600/6453397	516/6435
500	628/0267	620/7832526	521/062
500	651/2405	642/0553166	526/0251
500	676/0277	664/5316462	531/5731
500	702/5319	688/2827153	537/7533

حاصل نسبت مقادیر سفارش اقتصادی در حالات سه گانه از مدل جدید بر مقدار مشابه سنتی و همچنین همین نسبت در مورد مدل سلامه و جابر و مدل سنتی در شکل 6 آورده شده است.



شکل 6. نسبت مقدار EOQ مدل جدید (در هر سه حالت) و مدل سلامه و جابر به مقدار مشابه در مدل سنتی در برابر مجموع نسبت کالاهای غیرکامل و مردود

شکل 7 نسبت افزایش هزینه در حالات سه گانه در برابر نسبت اقلام غیر کامل برا برای زمانی نشان می دهد که از مقدار سفارش سنتی به جای مقدار سفارش اقتصادی جدید در مدل خود استفاده می کنیم.



شکل 7. نمودار نسبت افزایش کل هزینه در واحد زمان (در برابر نسبت کالاهای غیر کامل) برای حالتی که از مقدار EOQ سنتی در مدل جدید استفاده می کنیم

### یافته های پژوهش

همانطور که از شکل 6 بر می آید، با افزایش مجموع نسبت های اقلام غیر کامل و مردود، مقداری که باید سفارش دهیم، نسبت به مقدار سنتی افزایش می یابد. این افزایش در حالات اول و دوم بسیار به هم نزدیک است. علت این امر این است که تنها تفاوت موجود بین این دو حالت، نگهداری اقلام قابل دوباره کاری و غیر کامل در حالت دوم تا اتمام زمان بازبینی است، برخلاف حالت اول که آن ها را به محض شناسایی به فروش می رسانیم. این مقادیر هزینه نگهداری کمی را اعمال کرده و در نتیجه مقادیر مربوط به حالت 2 را به حالت اول نزدیک تر می کند. در حالی که در حالت سوم به دلیل نگهداری این اقلام تا پایان دوره، مدل بسیار به حالت سنتی نزدیکتر است و در نتیجه با افزایش  $P_i$  نسبت  $+P_{ij}$ ، مربوط به حالت 3 با شیب کمتری افزایش می یابد. مدل سلامه و جابر هم از آنجا که مقادیر غیر کامل را بلافاصله بعد از بازبینی کنار می گذارد و هزینه نگهداری را بعد

از آن متحمل نمی‌شود با این که بر خلاف حالت 3 اقلام قابل دوباره کاری ندارد، مقادیر سفارش اقتصادی بزرگتری نسبت به حالت 3 دارد اما از آنجا که اقلام قابل دوباره کاری در آن وجود ندارد نسبت به حالت 1 و 2 مقادیر کوچکتری به خود اختصاص می‌دهد. قابل توجه است که وجود هزینه نگهداری بیشتر در مدل باعث کاهش مقدار سفارش اقتصادی و وجود اقلام غیر کامل و قابل دوباره کاری بیشتر، باعث افزایش آن می‌شود.

طبق شکل 7، نسبت افزایش هزینه در حالات اول و دوم شیب بسیار تندی دارد چرا که در این دو حالت به خاطر عدم تحمیل هزینه نگهداری (در حالت اول) و هزینه نگهداری کم (در حالت دوم) مقدار سفارش اقتصادی با افزایش مقدار اقلام غیر کامل افزایش نسبتاً زیادی می‌یابد و با مدل سنتی فاصله زیادی می‌گیرد اما در حالت سوم به دلیل شباهت زیاد مدل به حالت سنتی شاهد افزایش هزینه کمتری نسبت به دو حالت قبلی هستیم.

در کل می‌توان گفت با افزایش نسبت اقلام مردود و غیر کامل، نسبت مقدار سفارش اقتصادی در مدل جدید بر مقدار مشابه در مدل سنتی افزایش می‌یابد طوری که با در نظر گرفتن مدل سلامه و جابر این نسبت‌ها به این صورت با هم رابطه دارند:

$$(Q^1/Q^0) > (Q^2/Q^0) > (Q^*/Q^0) > (Q^{*3}/Q^0)$$

علت این امر هم آن است که در حالت اول به دلیل عدم وجود هزینه نگهداری برای اقلام غیر کامل و قابل دوباره کاری، مدل بدون داشتن محدودیت برای جبران این اقلام عمل کرده و مقدار سفارش بزرگتری به دست می‌آید. اما در حالت دوم به دلیل نگهداری این اقلام تا پایان زمان بازیابی، مدل به اندازه حالت اول نمی‌تواند مقدار سفارش را بالا ببرد و در مورد حالت سوم هم به دلیل نگهداری اقلام مذکور تا پایان دوره با هزینه نگهداری زیادی مواجه هستیم و همین امر مقدار سفارش اقتصادی را نسبت به حالت اول و دوم بسیار کاهش می‌دهد. مدل سلامه و جابر هم از آنجا که مقادیر غیر کامل را بلافاصله بعد از بازیابی کنار می‌گذارد و هزینه نگهداری را بعد از آن متحمل نمی‌شود با این که بر خلاف حالت 3 اقلام قابل دوباره کاری ندارد، مقادیر سفارش اقتصادی بزرگتری نسبت به حالت 3 دارد اما از آنجا که اقلام قابل دوباره کاری در آن وجود ندارد نسبت به حالت 1 و 2 مقادیر

کوچکتری به خود اختصاص می‌دهد. قابل توجه است که وجود هزینه نگهداری بیشتر در مدل باعث کاهش مقدار سفارش اقتصادی و وجود اقلام غیر کامل و قابل دوباره کاری بیشتر، باعث افزایش آن می‌شود.

### نتیجه‌گیری و پیشنهادها

برای ملموس شدن موضوع در این مورد مثالی می‌آوریم: فرض کنید فردی برای موجودی انبار خود و تأمین تقاضا می‌خواهد کالایی را سفارش دهد و بدون در نظر گرفتن کیفیت کالاها مقدار سفارش اقتصادی را بر اساس مدل سنتی محاسبه می‌کند و فکر می‌کند که هزینه را هم کمینه کرده است، در حالی که اگر ما مدل خود را بر وی عرضه کنیم و نشان دهیم که در حالت واقعی که با کیفیت غیر کامل کالاها هم مواجه هستیم، مقدار سفارش اقتصادی بیش از آنچه وی حساب کرده خواهد بود و مطابق مدل ما هزینه وی هم در این حالت کم می‌شود و مطمئناً وی به مقدار حاصل از مدل ما روی خواهد آورد. شکل 7 هم همین موضوع را بیان می‌کند، مثلاً اگر در حالت اول نسبت اقلام غیر کامل 15 درصد باشد، مقدار افزایش هزینه ناشی از به کار بردن مقدار حاصل از مدل سنتی تقریباً برابر با  $4/5$  درصد خواهد بود.

تحقیقات آتی در این زمینه‌ها می‌تواند مشتمل بر در نظر گرفتن بازبینی نمونه‌ای، بسط مدل موجود برای یافتن مقدار تولید اقتصادی در مدل EPQ، در نظر گرفتن مدت زمان برای دوباره کاری یا وجود کمبود در مدل‌ها باشد. همچنین می‌توانیم اثر یادگیری از دوره‌ای به دوره دیگر را در مدل‌ها بررسی کنیم. تأثیر بهبود کیفیت بر نرخ تقاضای آینده و مقدار سفارش یا تولید اقتصادی هم موضوع خوبی برای ادامه مطالعات است.

## منابع

- Akbari, F., Saffari, M. (2015). Optimized policy of ordering for Perishable goods regarding the policy of delayed payment, and inflation. Quarterly of supply chain management, 45 (16), 42-49. (In Persian)
- Arrow, K. J. (1958). Studies in the mathematical theory of inventory and production: Stanford University Press.
- Bakker, M., Riezebos, J., & Teunter, R. H. (2012). Review of inventory systems with deterioration since 2001. European journal of operational research, 221(2), 275-284.
- Barzoki, M. R., Jahanbazi, M., & Bijari, M. (2011). Effects of imperfect products on lot sizing with work in process inventory. Applied Mathematics and Computation, 217(21), 8328-8336.
- Chan, W., Ibrahim, R., & Lochert, P. (2003). A new EPQ model: integrating lower pricing, rework and reject situations. Production Planning & Control, 14(7), 588-595.
- Gerchak, Y., Vickson, R. G., & Parlar, M. (1988). Periodic Review Production Models With Variable Yield and Uncertain Demand\*. IIE transactions, 20(2), 144-150.
- Glock, C. H., Grosse, E. H., & Ries, J. M. (2014). The lot sizing problem: A tertiary study. International Journal of Production Economics, 155, 39-51.
- Goyal, S. K., & Cárdenas-Barrón, L. E. (2002). Note on: economic production quantity model for items with imperfect quality—a practical approach. International Journal of Production Economics, 77(1), 85-87.
- Grosfeld-Nir, A., & Gerchak, Y. (2004). Multiple lotsizing in production to order with random yields: Review of recent advances. Annals of Operations Research, 126(1-4), 43-69.
- Hsu, J.-T., & Hsu, L.-F. (2013). An EOQ model with imperfect quality items, inspection errors, shortage backordering, and sales returns. International Journal of Production Economics, 143(1), 162-170.
- Inderfurth, K. (2003). Analytical Solution for a Single Period Production Inventory Problem with Uniformly Distributed Yield and Demand: FEMM, Faculty of Economics and Management.
- Jawad, H., Jaber, M. Y., & Bonney, M. (2015). The economic order quantity model revisited: an extended exergy accounting approach. Journal of Cleaner Production, 105, 64-73.
- Khan, M., Jaber, M., Guiffreda, A., & Zolfaghari, S. (2011). A review of the extensions of a modified EOQ model for imperfect quality items. International Journal of Production Economics, 132(1), 1-12.
- Lee, H. L., & Rosenblatt, M. J. (1987). Simultaneous determination of production cycle and inspection schedules in a production system. Management science, 33(9), 1125-1136.
- Maddah, B., Salameh, M. K., & Moussawi-Haidar, L. (2010). Order overlapping: A practical approach for preventing shortages during screening. Computers & Industrial Engineering, 58(4), 691-695.
- Mirzazadeh, A., Seyyed Esfahani, M. M., Fatemi Ghomi, S.M.T. (2007). Determining the policy of the EOQ in perishable goods regarding time-dependent inflation. Journal of technical faculty, 40(4), 585-595. (In Persian)
- Papachristos, S., & Konstantaras, I. (2006). Economic ordering quantity models for items with imperfect quality. International Journal of Production Economics, 100(1), 148-154.
- Pentico, D. W., & Drake, M. J. (2011). A survey of deterministic models for the EOQ and EPQ with partial backordering. European journal of operational research, 214(2), 179-198.
- Porteus, E. L. (1986). Optimal lot sizing, process quality improvement and setup cost reduction. Operations Research, 34(1), 137-144.
- Rosenblatt, M. J., & Lee, H. L. (1986). Economic production cycles with imperfect production processes. IIE transactions, 18(1), 48-55.
- Salameh, M., & Jaber, M. (2000). Economic production quantity model for items with imperfect quality. International Journal of Production Economics, 64(1), 59-64.
- Taleizadeh, A. A., Khanbaglo, M. P. S., & Cárdenas-Barrón, L. E. (2016). An EOQ inventory model with partial backordering and reparation of imperfect products. International Journal of Production Economics, 182, 418-434.
- Tsou, J.-C. (2007). Economic order quantity model and Taguchi's cost of poor quality. Applied mathematical modelling, 31(2), 283-291.
- Tsou, J.-C., Hejazi, S. R., & Barzoki, M. R. (2012). Economic production quantity model for items with continuous quality characteristic, rework and reject. International Journal of Systems Science, 43(12), 2261-2267.
- Urban, T. (1998). Analysis of production systems when run length influences product quality. International Journal of Production Research, 36(11), 3085-3094.
- Wahab, M., & Jaber, M. (2010). Economic order quantity model for items with imperfect quality, different holding costs, and learning effects: A note. Computers & Industrial Engineering, 58(1), 186-190.
- Yano, C. A., & Lee, H. L. (1995). Lot sizing with random yields: A review. Operations Research, 43(2), 311-334.

### استناد به این مقاله:

(DOI): JEMSC-1701-1050 (R2) شناسه دیجیتال

ترابی، ح؛ کریمی گوارشکی، م.ح؛ عباسی، م. (1396). «تعیین مقدار سفارش اقتصادی با ملاحظه کیفیت کالاها، بازیابی مخرب، دوباره کاری و مروری بر کمبود و اقلام ناقص». دوفصلنامه مدیریت مهندسی و رایانش نرم، 3 (4)، 85-65.