

## مقایسه اثر انواع عملگرهای الگوریتم ژنتیک بر مجموع دیر کردها در مسئله فلوشاپ

مرتضی راستی برزکی<sup>۱</sup>

سجاد رئیسی<sup>۲</sup>

### چکیده

مسئله زمانبندی فلوشاپ (FSSP) با هدف کمینه کردن مجموع دیر کردها، از جمله مسائل مشکل یا *NP-hard* است که تاکنون مقالات زیادی درباره آن نوشته شده است. در این خصوص به روش‌های فراابتکاری از جمله روش الگوریتم ژنتیک نیز توجه شایانی شده است. تعیین پارامترهای الگوریتم‌های فراابتکاری نیز از جمله موضوعات مهمی است که پژوهش‌های زیادی را به خود اختصاص داده است. در همین راستا، این مقاله به بررسی اثر انواع عملگرهای تقاطعی و جهشی الگوریتم ژنتیک با هدف کمینه کردن مجموع دیر کردها در مسئله فلوشاپ جایگشتی می‌پردازد تا مشخص شود که کدام یک از آن‌ها برای استفاده در این مسئله مناسب‌تر است. نتایج عددی بدست آمده حاکی از آن است که از بین عملگرهای تقاطعی متداول، عملگرهای یک نقطه‌ای و دو نقطه‌ای نوع یک و از بین عملگرهای جهشی، عملگر جایجایی مجاور در اغلب موارد بهترین مقدار برای مسئله مذکور هستند.

**واژه‌های کلیدی:** الگوریتم ژنتیک، آنالیز واریانس، زمانبندی فلوشاپ، طرح و تجزیه آزمایش‌ها، مجموع دیر کردها.

1. راستی@cc.iut.ac.ir

۱. استادیار دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌ها دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران.

2. کارشناسی ارشد آمار اقتصادی و اجتماعی دانشکده علوم ریاضی دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران. raeisi@math.iut.ac.ir

تاریخ دریافت مقاله: ۹۵/۴/۸؛ تاریخ پذیرش مقاله: ۹۵/۱۲/۱۶

## مقدمه

به طور کلی، موضوع توالی عملیات و زمانبندی، مشخص کردن ترتیب انجام مجموعه‌ای از کارها بر روی دسته‌ای از ماشین‌ها با هدف بهینه کردن یک تابع هدف نظیر کمینه کردن بازه تولید یا مجموع دیر کرده‌است. فلوشاپ (FSSP)<sup>۱</sup> یکی از معمول‌ترین سیستم‌های تولید سلولی است که در آن کارها با یک ترتیب یکسان برای تمام ماشین‌ها مورد پردازش قرار می‌گیرند. تابع هدف می‌تواند مینیمم کردن بازه تولید، مجموع زمان‌های تولید، تعداد تأخیرها، جریمه دیر کرده‌ها<sup>۲</sup> و ... باشد.

فرض کنید  $n$  کار وجود دارد که هر یک باید روی  $m$  ماشین مورد پردازش قرار گیرد؛ بنابراین هر کار از  $m$  عمل مختلف تشکیل شده است که هر عمل باید بر روی یک ماشین پردازش شود. زمان پردازش و موعد تحویل هر کار مشخص است. هر ماشین در هر زمان می‌تواند تنها یک عمل را انجام دهد و هر کار در هر زمان تنها می‌تواند بر روی یک ماشین قرار گیرد. حق انقطاع وجود ندارد. تابع هدف در این مقاله یافتن توالی از کارها است به نحوی که مجموع دیر کرده‌ها مینیمم شود. معمولاً عدم تحویل کار در موعد مقرر هزینه‌های زیادی از جمله جریمه دیر کرد را در پی دارد. مجموع دیر کرده‌ها برابر مقدار کل تأخیر ناشی از تحویل دیر هنگام (بعد از موعد تحویل) کارها است. روش حل مورد استفاده در این مقاله الگوریتم ژنتیک است. هدف، بررسی این موضوع است که از بین عملگرهای تقاطعی و جهشی برای مسئله FSSP جایگزینی با هدف مینیمم مجموع دیر کرده‌ها، کدام ترکیب مناسب‌تر است و آیا نتیجه بدست آمده می‌تواند به دیگر توابع هدف (نظیر مینیمم کردن بازه تولید) تعمیم یابد یا خیر.

در بخش دوم مقاله، پیشینه پژوهش ارائه شده است. بخش سوم مقاله، مروری بر الگوریتم ژنتیک و انواع عملگرهای تقاطعی و جهشی متداول دارد. بخش چهارم شامل نحوه انجام محاسبات عددی و نتایج حاصل از آن است. برای انجام نتایج عددی از جعبه

<sup>۱</sup> Flow Shop Scheduling Problem

<sup>۲</sup> Total Tardiness

ابزار GA نرم افزار Matlab8 استفاده شده است. بخش نهایی به نتیجه گیری و ارائه پیشنهادات اختصاص دارد.

### پیشینه پژوهش

برای مروری بر انواع مسائل فلو شاپ (پیندو، ۲۰۰۲، ۵۸۶) معرفی می شود. زمانبندی که در آن هر کار بایستی طبق دستور یکسان در هر ماشین اجرا شود جایگشتی نامیده می شود. در حالت کلی، برای انجام  $n$  کار روی  $m$  ماشین  $n!$  ترتیب مختلف وجود دارد. در حالت جایگشتی تعداد ترتیب های ممکن به  $n!$  کاهش می یابد. (کولاماس، ۱۹۹۴) کارهای انجام شده در مورد مسئله زمانبندی با معیار مجموع دیرکردها را مورد بررسی قرار داده است.

مسئله زمانبندی فلو شاپ با تابع هدف مجموع دیرکردها برای  $m=1$  از نوع NP-hard معمولی و برای هر  $m \geq 2$ ، NP-hard قوی است. توضیحات کامل تر در این زمینه در ضمیمه D (پیندو، ۲۰۰۲، ۵۸۶) یا (دو و لئونگ، ۱۹۹۰) آورده شده است. با توجه به این نکته، روش های ابتکاری زیادی نظیر (هولسنباخ و راسل، ۱۹۹۲) و (راسل و هولسنباخ، ۱۹۹۷) توسعه داده شده است. (کولاماس، ۱۹۹۴) جزئیات بیشتر و کامل تری را در مورد روش های ابتکاری ارائه کرده است. اغلب الگوریتم های بهینه یاب برای مسئله تک ماشین بر پایه ایده برنامه ریزی پویا یا شاخه کران با استفاده از خواص توسعه داده شده توسط (لاولر، ۱۹۹۷) (پتس و واسنهو، ۱۹۸۲) و (سزوارک و دلا کروس و گراسو، ۱۹۹۹) تشکیل شده است. به عنوان نمونه ای از این الگوریتم های دقیق، (هولسنباخ و راسل، ۱۹۹۲) (لاولر، ۱۹۹۷) (پتس و واسنهو، ۱۹۸۲) (سزوارک و دلا کروس و گراسو، ۱۹۹۹) را می توان معرفی کرد. اما تعداد بسیار اندکی از روش های دقیق برای مسئله FSSP با بیش از یک ماشین وجود دارد. (کیم، ۱۹۹۳) و (سن و دیلیپان و گوپتا، ۱۹۸۹) روش شاخه کران را برای مسئله فلو شاپ با دو ماشین ارائه کرده اند. (کیم، ۱۹۹۵) یک روش شاخه و کران با یک ایده جدید برای شاخه زنی در مسئله فلو شاپ در حالت کلی با تابع هدف مجموع دیرکردها به

نام شاخه‌زنی برگشتی<sup>۱</sup> در سال ۱۹۹۵ ارائه کرده است. اما این روش نیز همانند اکثر روش‌های دقیق تنها برای مسائل با ابعاد کوچک کارایی دارند. (چانگ و فلاین و کرکا، ۲۰۰۵) نیز یک روش شاخه و کران ارائه کرده‌اند که ابعاد بزرگتری را نسبت به روش کیم می‌تواند حل کند. در آن مقاله حداکثر تعداد کارها ۲۰ و حداکثر تعداد ماشین‌ها ۸ است که در آن تمامی مسائل با هر دو روش کیم و چانگ و همکارانش حل شده است.

از آنجا که درجه حل زمانی مسائل توالی عملیات غالباً از نوع NP-hard قوی است (پیندو، ۲۰۰۲)، طراحی الگوریتم‌های دقیق<sup>۲</sup> برای این مسائل با ابعاد بزرگ از جمله در مسئله فلو شاپ به صورتی کارا، امری دشواری است. بنابراین تا زمانی که چنین راه‌حلی وجود ندارد رفتن به سراغ الگوریتم‌های فراابتکاری لازم به نظر می‌رسد. از جمله روش‌های فراابتکاری برای بهینه‌سازی مسائل، الگوریتم ژنتیک است. از دیگر تکنیک‌هایی که قابل استفاده در مسائل بهینه‌یابی هستند، می‌توان به شبکه‌های عصبی (NN)<sup>۳</sup>، شبیه‌سازی آیلینگ (SA)<sup>۴</sup>، الگوریتم مورچگان (ACO)<sup>۵</sup> و جستجوی ممنوع (TS)<sup>۶</sup> اشاره کرد. در سال ۱۹۹۹ برای FSSP با تابع هدف مجموع دیر کردها از روش جستجوی ممنوع استفاده شده است (آرمنتانو و رانکنی، ۱۹۹۹). تعیین پارامترهای الگوریتم‌های فراابتکاری از جمله مسائل مهمی است که پژوهش‌های زیادی را به خود اختصاص داده است. برای مثال (ترچو، ۲۰۰۴) اثر انواع عملگرهای الگوریتم ژنتیک برای FSSP جایگشتی با تابع هدف بازه تولید<sup>۷</sup> را مورد بررسی قرار داده است. این تحقیق به بررسی اثر عملگرهای مختلف الگوریتم ژنتیک در مسئله FSSP جایگشتی با هدف مینیمم کردن مجموع دیر کردها پرداخته است. همچنین در پایان، نتیجه هر دو تحقیق با یکدیگر مقایسه شده است.

1. Backward Branching  
2. Neural Networks  
3. Simulated Annealing  
4. Ant Colony  
5. Tabu Search  
6. Makespan

## روش شناسی پژوهش

### الگوریتم ژنتیک

الگوریتم ژنتیک از جمله پرکاربردترین الگوریتم‌های فراابتکاری است که توسط در سال ۱۹۷۵ ابداع شد (هولاند، ۱۹۷۵، ۱۸۳). با فرض این که خواننده با مفاهیم الگوریتم ژنتیک آشنایی دارد، در اینجا از ذکر مبانی و مفاهیم الگوریتم خودداری کرده و تنها قدم‌های الگوریتم بر طبق جعبه ابزار GA در Matlab8 ارائه می‌شود:

۱. تولید یک جمعیت اولیه (معمولاً تصادفی یا جواب بدست آمده از دیگر الگوریتم‌های ابتکاری)
۲. تولید جمعیت جدید. با بکارگیری گام‌های زیر از جمعیت جاری برای تولید جمعیت جدید استفاده می‌شود:

- امتیازدهی هر فرد از جمعیت جاری با استفاده از تابع برازندگی<sup>۱</sup>.
- تبدیل مقیاسی امتیازها برای تبدیل آن‌ها به یک دامنه مناسب (رتبه‌بندی).
- انتخاب افراد (والدین) بر اساس رتبه.
- انتخاب چند فرد به عنوان برترین جواب در بین جمعیت جاری (این افراد بدون تغییر به جمعیت نسل بعد منتقل می‌شوند).
- تولید فرزند از والدین با استفاده از عملگرهای تقاطعی و جهشی.
- جایگزینی جمعیت تولید شده با جمعیت جاری.
- ۳. توقف الگوریتم در صورتی که یکی از شرایط توقف برقرار شده باشد.

نمایش سنتی کروموزم‌ها به صورت باینری در مسئله FSSP مناسب نیست. در حالت کلی نمایش کروموزم‌ها در مسائل توالی عملیات به صورت رشته‌ای از اعداد است که آن رشته بیان‌کننده توالی مورد نظر خواهد بود؛ برای مثال رشته ۳-۱-۲-۴ برای ۴ کار و یک ماشین مشخص می‌کند که بر روی هر ماشین ابتدا کار ۴ بعد از آن کار ۲، سپس کار ۱ و در نهایت کار ۳ انجام خواهد شد. در ضمن همانطور که ذکر شد، استفاده از جعبه ابزار GA نرم‌افزار Matlab8 بدون اصلاح کدهای موجود در آن برای مسائل توالی عملیات و

زمانبندی قابل استفاده نیست، زیرا استفاده از عملگرهای تقاطعی و جهشی طراحی شده در جعبه ابزار مذکور در مسائل توالی عملیات منجر به تولید جواب‌های غیرممکن می‌شود. بنابراین لازم است کدهای موجود اصلاح شوند تا قابل استفاده در این مسائل باشند. با در نظر گرفتن نکته‌های بیان شده، برخی از متداول‌ترین عملگرهای تقاطعی و جهشی که در این مقاله عملکرد آن‌ها برای مسئله مذکور با یکدیگر مقایسه شده است عبارتند از (ترچو، ۲۰۰۴).

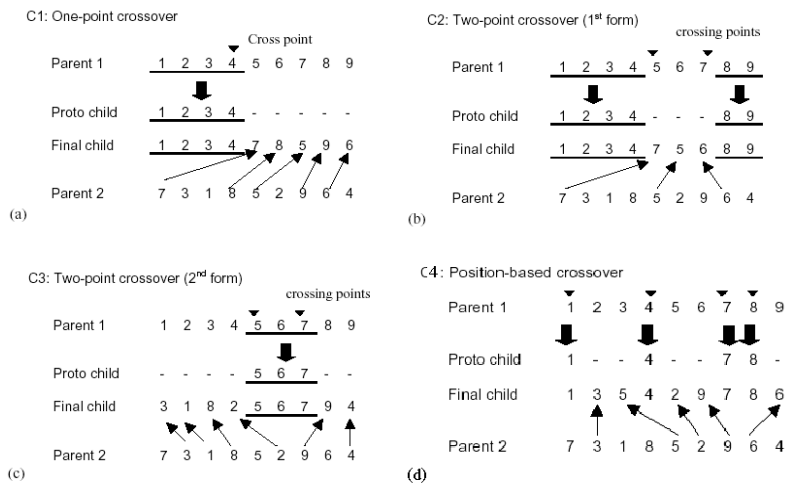
### عملگرهای تقاطعی

C1 (یک نقطه‌ای<sup>۱</sup>): نقطه‌ای تصادفی در طول رشته اولین والد انتخاب می‌شود. جزء اول بدست آمده از والد اول، بخش اول فرزند را تشکیل می‌دهد و کارهای باقیمانده به ترتیب از والد دوم در ادامه آن فرزند کپی می‌شود [شکل ۱(a)].

C2، C3 (دو نقطه‌ای<sup>۲</sup>): همانند قبلی دو نقطه به‌طور تصادفی در طول رشته اولین والد انتخاب می‌شود. دو نوع مختلف از این عملگر وجود دارد که آن‌ها را به ترتیب C2<sup>۳</sup> و C3<sup>۴</sup> می‌نامیم. در اولی، رشته‌های بیرون از دو نقطه به فرزند کپی می‌شود و با استفاده از والد دوم بین آن‌ها کامل می‌شود [شکل ۱(b)]. در دومی، رشته بین دو نقطه به فرزند منتقل می‌شود و مکان‌های بیرونی توسط والد دوم کامل می‌شود [شکل ۱(c)].

C4 (موقعیت ثابت<sup>۵</sup>): تعدادی از اعداد در رشته به صورت تصادفی انتخاب می‌شود. اعداد انتخاب شده با حفظ موقعیت و مکان خود به فرزند منتقل می‌شوند و بقیه مکان‌ها توسط والد دوم کامل می‌شود [شکل ۱(d)].

1. One Point Crossover  
2. Two Point Crossover  
3. Two Point Crossover (First Version)  
4. Two Point Crossover (Second Version)  
5. Position-Based Crossover



شکل ۱. انواع عملگرهای تقاطعی متداول

### عملگرهای جهشی

M1 (جابجایی مجاور<sup>۱</sup>): همان جابجایی جفتی است. دو مکان مجاور بطور تصادفی

انتخاب می شود و اعداد آن‌ها جابجا می شوند [شکل ۲(a)].

M2 (جابجایی تصادفی غیرمجاور<sup>۲</sup>): مشابه M1 عمل می کند با این تفاوت که دو

مکان انتخاب شده مجاور نیستند بلکه بطور تصادفی دو محل برای جابجایی انتخاب می شود

[شکل ۲(b)].

M3 (شیفت): یک کار بطور تصادفی انتخاب می شود و در محلی تصادفی وارد

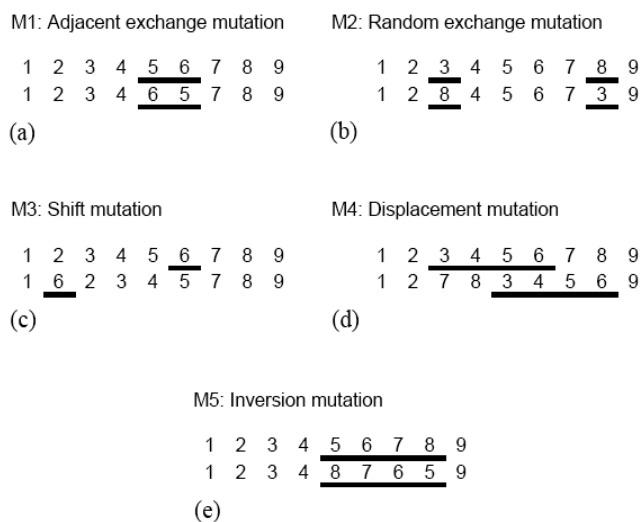
می شود [شکل ۲(c)].

M4 (انتقال): بطور تصادفی یک زیررشته از توالی انتخاب می شود و پس از حذف

آن در محلی تصادفی وارد می شود [شکل ۲(d)].

M5 (معکوس): بطور تصادفی یک زیررشته از توالی انتخاب می شود و پس از

معکوس کردن آن در همان محل قرار می گیرد. [شکل ۲(e)].



شکل ۲. انواع عملگرهای جهشی متداول

### یافته‌های پژوهش

همانطور که بیان شد (نرچو، ۲۰۰۴) اثر عملگرهای گوناگون را روی مسئله فلو شاپ با هدف مینیم کردن بازه تولید بررسی کرده است. محاسبات عددی نرچو نشان داده است که عملگر M3 در تمامی موارد کمترین مقدار را برای تابع هدف (بازه تولید) تولید کرده است. بنابراین وی نتیجه گرفته است که برای مسئله FSSP با تابع هدف بازه تولید، بهترین عملگر جهشی M3 است. در ضمن، از بین عملگرهای تقاطعی C3 در اکثر موارد نتیجه بهتری داده است. در مواردی هم دیگر عملگرها نظیر C4 نتیجه‌ای بهتر از C3 داشته است. برای بررسی اثر انواع عملگرهای الگوریتم بر روی مسئله فلو شاپ با هدف مینیم کردن مجموع کل دیر کردها به صورت اختیاری ۸ مسئله با اندازه‌های متفاوت طرح شده است. از این مسائل، ۴ مسئله با اندازه‌های کوچک و متوسط و  $10 \times 20$ ؛  $10 \times 20$ ؛  $20 \times 20$ ؛  $10 \times 50$  و  $20 \times 50$  و ۴ مسئله با اندازه بزرگ  $10 \times 100$ ؛  $20 \times 100$ ؛  $10 \times 200$  و  $20 \times 200$  (m: m×n) ما شین و n کار) با زمان‌های پردازش تصادفی در بازه ۱ تا ۱۰۰ در نظر گرفته شده‌اند. برای هر اندازه، ۱۰ مسئله طرح شده و هر مسئله نیز ۱۰ بار برای هر ترکیب دوتایی از عملگرهای تقاطعی و جهشی اجرا شده و میانگین این مقادیر برای هر مقایسه به کار رفته است. جدول ۱ میانگین



نتایج بدست آمده را نشان می دهد. دیگر پارامترهای GA به طور اختیاری انتخاب شدند. در ادامه از تجزیه و تحلیل های آماری به منظور بررسی دقیق تر نتایج استفاده می شود.

جدول ۱. میانگین نتایج بدست آمده برای تمام ترکیبات دوتایی عملگرهای تقاطعی و جهشی

20*10	M1	M2	M3	M4	M5	CBAR
C1	۸۵۳۴	۸۷۴۱	۸۶۵۰	۸۶۱۶	۸۷۸۴	۸۶۶۵
C2	۸۵۵۹	۸۸۱۸	۸۶۸۵	۸۷۲۸	۸۹۱۳	۸۷۴۱
C3	۸۶۷۳	۹۱۷۷	۹۰۸۹	۹۲۴۷	۹۳۵۳	۹۱۰۸
C4	۸۶۱۸	۹۰۳۹	۸۸۲۶	۸۹۶۴	۹۱۶۷	۸۹۲۳
MBAR	۸۵۹۶	۸۹۴۴	۸۸۱۲	۸۸۸۹	۹۰۵۴	۸۸۵۹
20*20	M1	M2	M3	M4	M5	CBAR
C1	۱۰۶۸۹	۱۰۹۲۶	۱۰۶۲۸	۱۰۸۴۳	۱۱۰۵۶	۱۰۸۲۹
C2	۱۰۴۲۵	۱۰۵۵۹	۱۰۷۶۸	۱۰۸۲۶	۱۱۱۵۶	۱۰۷۴۷
C3	۱۱۸۷۵	۱۲۳۴۷	۱۲۰۵۹	۱۲۴۹۰	۱۲۵۵۶	۱۲۲۶۵
C4	۱۰۷۴۴	۱۱۳۵۸	۱۱۲۸۵	۱۱۶۸۷	۱۱۷۶۹	۱۱۳۶۹
MBAR	۱۰۹۳۳	۱۱۲۹۷	۱۱۱۸۵	۱۱۴۶۲	۱۱۶۳۴	۱۱۳۰۲
50*10	M1	M2	M3	M4	M5	CBAR
C1	۲۲۷۳۹	۲۲۹۴۱	۲۲۷۹۰	۲۲۸۲۴	۲۲۸۸۹	۲۲۸۲۷
C2	۲۲۶۰۱	۲۲۸۰۷	۲۲۷۶۴	۲۲۷۵۳	۲۲۹۲۱	۲۲۷۶۹
C3	۲۲۶۷۴	۲۳۰۸۶	۲۲۹۹۹	۲۳۰۵۲	۲۳۲۴۱	۲۳۰۱۰
C4	۲۲۶۵۲	۲۲۹۳۵	۲۲۸۸۲	۲۲۹۹۸	۲۳۰۹۸	۲۲۹۱۳
MBAR	۲۲۶۶۶	۲۲۹۴۲	۲۲۸۵۹	۲۲۹۰۷	۲۳۰۲۷	۲۲۸۸۲
50*20	M1	M2	M3	M4	M5	CBAR
C1	۳۷۳۹۵	۳۷۸۰۱	۳۷۵۳۷	۳۷۹۴۶	۳۷۹۲۲	۳۷۷۲۰
C2	۳۷۱۷۴	۳۷۶۹۵	۳۷۴۶۹	۳۷۷۵۳	۳۷۸۵۱	۳۷۵۸۸
C3	۳۸۷۱۲	۳۹۸۸۲	۳۹۴۵۰	۴۰۲۵۱	۴۰۲۳۳	۳۹۷۰۶
C4	۳۷۱۱۲	۳۸۴۵۷	۳۷۹۹۲	۳۸۷۶۱	۳۸۸۴۲	۳۸۲۳۳
MBAR	۳۷۵۹۸	۳۸۴۵۹	۳۸۱۱۲	۳۸۶۷۸	۳۸۷۱۲	۳۸۳۱۳
100*10	M1	M2	M3	M4	M5	CBAR
C1	۵۱۲۶۸	۵۱۲۶۱	۵۱۲۴۶	۵۱۲۷۲	۵۱۲۴۷	۵۱۲۵۹
C2	۵۱۵۱۵	۵۱۳۰۸	۵۱۲۶۰	۵۱۳۲۰	۵۱۴۰۳	۵۱۳۶۱
C3	۵۱۲۶۱	۵۱۲۹۹	۵۱۲۸۴	۵۱۲۸۶	۵۱۳۲۷	۵۱۲۹۲
C4	۵۱۲۴۷	۵۱۳۱۱	۵۱۳۰۹	۵۱۳۴۸	۵۱۳۳۹	۵۱۳۱۱
MBAR	۵۱۳۲۳	۵۱۲۹۵	۵۱۲۷۵	۵۱۳۰۷	۵۱۳۲۹	۵۱۳۰۵
100*20	M1	M2	M3	M4	M5	CBAR
C1	۶۷۶۶۷	۶۸۱۰۷	۶۷۹۴۱	۶۷۹۴۳	۶۸۳۹۳	۶۸۰۱۰
C2	۶۷۵۹۷	۶۷۴۹۹	۶۷۸۶۴	۶۷۶۹۴	۶۸۴۳۰	۶۷۸۱۷

C3	۶۹۶۲۳	۷۱۰۱۷	۷۰۴۳۱	۷۲۱۳۲	۷۱۷۱۸	۷۰۹۸۴
C4	۶۷۸۱۳	۶۸۸۳۲	۶۸۵۳۰	۶۹۸۷۴	۶۹۳۶۲	۶۸۸۸۲
MBAR	۶۸۱۷۵	۶۸۸۶۴	۶۸۶۹۲	۶۹۴۱۱	۶۹۶۷۶	۶۸۹۲۳
200*10	M1	M2	M3	M4	M5	CBAR
C1	۹۳۹۶۵	۹۴۳۷۱	۹۴۳۷۱	۹۴۲۴۵	۹۴۶۲۰	۹۴۳۱۴
C2	۹۴۰۱۴	۹۴۵۷۷	۹۴۳۷۴	۹۴۳۹۵	۹۴۸۶۶	۹۴۴۴۵
C3	۹۴۰۳۶	۹۴۹۶۹	۹۴۶۷۵	۹۵۰۰۷	۹۵۲۹۸	۹۴۷۹۷
C4	۹۴۲۲۹	۹۴۶۰۳	۹۴۷۷۷	۹۴۷۸۵	۹۵۰۰۸	۹۴۶۸۰
MBAR	۹۴۰۶۱	۹۴۶۳۰	۹۴۵۴۹	۹۴۶۰۸	۹۴۹۴۸	۹۴۵۵۹
200*20	M1	M2	M3	M4	M5	CBAR
C1	۲۲۸۳۴۰	۲۲۷۲۱۹	۲۲۷۱۵۳	۲۲۷۳۴۳	۲۲۷۵۵۴	۲۲۷۵۲۲
C2	۲۲۸۱۱۹	۲۲۷۳۴۵	۲۲۷۴۰۳	۲۲۷۴۸۹	۲۲۷۶۰۷	۲۲۷۵۹۳
C3	۲۲۷۶۹۴	۲۲۷۰۶۸	۲۲۷۰۴۸	۲۲۷۱۸۱	۲۲۷۳۰۱	۲۲۷۲۵۸
C4	۲۲۷۸۸۷	۲۲۷۲۸۵	۲۲۷۴۰۵	۲۲۷۴۲۱	۲۲۷۳۹۰	۲۲۷۴۷۸
MBAR	۲۲۸۰۱۰	۲۲۷۲۲۹	۲۲۷۲۵۲	۲۲۷۳۵۹	۲۲۷۴۶۳	۲۲۷۴۶۳

در این قسمت هر یک از مسائل با اندازه‌های  $۱۰ \times ۲۰$ ؛  $۲۰ \times ۲۰$ ؛  $۱۰ \times ۵۰$ ؛  $۲۰ \times ۵۰$ ؛  $۱۰۰ \times ۱۰۰$ ؛  $۲۰۰ \times ۱۰۰$  و  $۲۰۰ \times ۲۰۰$  ( $m \times n$ : ماشین و  $n$  کار) به عنوان یک آزمایش با طرح کامل<sup>۱</sup> در نظر گرفته شده است. عملگرهای جهشی  $M$  و عملگرهای تقاطعی  $C$  به عنوان فاکتورها و مجموع کل دیر کردها به عنوان متغیر پاسخ در این آزمایش هستند. چهار نوع عملگر تقاطعی به عنوان چهار سطح<sup>۲</sup> فاکتور  $C$  و پنج نوع عملگر جهشی به عنوان سطوح فاکتور  $M$  در نظر گرفته شده است. آنالیزها و خروجی‌ها (نتایج آنالیز واریانس<sup>۳</sup>) بر اساس داده‌های جدول ۱ با استفاده از نرم‌افزار آماری SAS<sup>۴</sup> که در جدول ۲ آمده است. با توجه به  $p$ -مقدارهای<sup>۵</sup> بدست آمده در جدول ۲ (ستون  $P > F$ ) فرض معنادار بودن مدل با مجموع کل دیر کردها به عنوان متغیر پاسخ و عملگرهای جهشی  $M$  و عملگرهای تقاطعی  $C$  به عنوان فاکتورهای این مدل تأیید می‌شود. به عبارت دیگر مجموع کل دیر کردها به عوامل  $M$  و  $C$  بستگی دارد. همچنین فرض صفر بودن اثر عوامل  $M$  و  $C$  و اثر متقابل  $C \times M$  رد می‌شود و در نتیجه نه تنها عملگرهای جهشی  $M$  و عملگرهای تقاطعی  $C$  بلکه اثر متقابل

1. Full Factorial Design  
2. Level  
۳. Analysis of Variance (ANOVA)  
4. Statistical Analysis System  
5. P-Value

این دو عملگر نیز در مجموع کل دیر کردها تأثیر گذار است. نمودار اثرات متقابل عوامل M و C در هر یک از مسائل فوق الذکر با استفاده از نرم افزار Minitab در شکل ۳ نمایش داده شده است.

جدول ۲. نتایج تجزیه و تحلیل های آماری (جداول آنالیز واریانس)

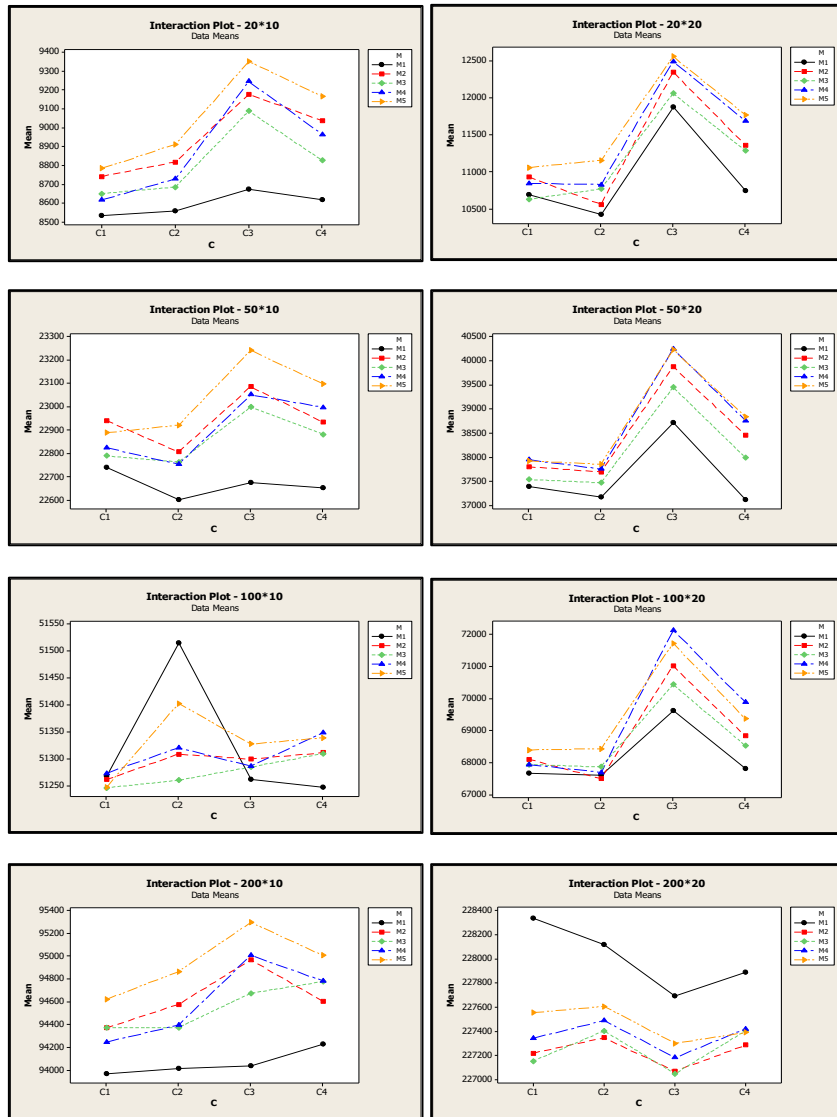
20×10					
Source	DF	SS	MS	F	Pr > F
M	۴	۴۷۰۵۱۸۱۲	۱۱۷۶۲۹۵۳/۰	۱۱۱/۳۵۶۵	۰/۰۰۰۱
C	۳	۵۸۸۵۸۶۸۷	۱۹۶۱۹۵۶۲/۰	۱۸۵/۷۳۲۷	۰/۰۰۰۱
M*C	۱۲	۹۲۲۰۹۸۶	۷۶۸۴۱۵/۵	۷/۲۷۴۴	۰/۰۰۰۱
Model	۱۹	۱/۱۵۱۳E۸	۶۰۵۹۵۵۲/۰	۵۷/۳۶۴۰	۰/۰۰۰۱
Error	۱۹۸۰	۲/۰۹۱۵E۸	۱۰۵۶۳۳/۳		
Total	۱۹۹۹	۳/۲۴۲۹E۸			
20×20					
Source	DF	SS	MS	F	Pr > F
M	۴	۱/۱۴۲۲E۸	۲۸۵۵۵۴۴۶	۲۷/۰۵۴۸	۰/۰۰۰۱
C	۳	۷/۳۲۲۷E۸	۲/۴۴۰۹E۸	۲۳۱/۲۶۳۳	۰/۰۰۰۱
M*C	۱۲	۲۸۷۳۰۱۱۹	۲۳۹۴۱۷۷	۲/۲۶۸۴	۰/۰۰۷۵
Model	۱۹	۸/۷۵۲۲E۸	۴۶۰۶۴۳۶۱	۴۳/۶۴۳۷	۰/۰۰۰۱
Error	۱۹۸۰	۲/۰۸۹۸E۹	۱۰۵۵۴۶۵		
Total	۱۹۹۹	۲/۹۶۵E۹			
50×10					
Source	DF	SS	MS	F	Pr > F
C	۴	۳۰۱۶۶۵۸۳	۷۵۴۱۶۴۶/۰	۴۲/۳۹۹۱	۰/۰۰۰۱
M	۳	۱۶۱۲۳۳۲۸	۵۳۷۴۴۴۳/۰	۳۰/۲۱۵۱	۰/۰۰۰۱
C*M	۱۲	۶۲۲۳۱۷۷	۵۱۸۵۹۸/۱	۲/۹۱۵۶	۰/۰۰۰۵
Model	۱۹	۵۲۵۱۳۰۸۸	۲۷۶۳۸۴۷/۰	۱۵/۵۳۸۳	۰/۰۰۰۱
Error	۱۹۸۰	۳/۵۲۱۹E۸	۱۷۷۸۷۲/۸		
Total	۱۹۹۹	۴/۰۴۷E۸			
50×20					
Source	DF	SS	MS	F	Pr > F
C	۴	۳/۴۵۸E۸	۸۶۴۴۹۴۶۳	۴۱/۸۱۸۲	۰/۰۰۰۱
M	۳	۱/۴۱۱۳E۹	۴/۷۰۴۲E۸	۲۲۷/۵۵۴۷	۰/۰۰۰۱
C*M	۱۲	۷۴۵۳۲۵۰۲	۶۲۱۱۰۴۲	۳/۰۰۴۵	۰/۰۰۰۳
Model	۱۹	۱/۸۳۱۶E۹	۹۶۳۹۹۰۲۴	۴۶/۶۳۱۱	۰/۰۰۰۱
Error	۱۹۸۰	۴/۰۹۳۲E۹	۲۰۶۷۲۷۱		
Total	۱۹۹۹	۵/۹۲۴۸E۹			
100×10					
Source	DF	SS	MS	F	Pr > F

C	۴	۷۶۴۸۹۴/۹	۱۹۱۲۲۳/۷	۴/۰۸۸۶	۰/۰۰۲۶
M	۳	۲۷۵۶۶۲۰	۹۱۸۸۷۳/۳	۱۹/۶۴۶۸	۰/۰۰۰۱
C*M	۱۲	۴۱۷۴۰۱۴	۳۴۷۸۳۴/۵	۷/۴۳۷۲	۰/۰۰۰۱
Model	۱۹	۷۶۹۵۵۲۹	۴۰۵۰۲۷/۹	۸/۶۶۰۱	۰/۰۰۰۱
Error	۱۹۸۰	۹۲۶۰۳۶۴۵	۴۶۷۶۹/۵۲		
Total	۱۹۹۹	۱/۰۰۳E۸			
100×20					
Source	DF	SS	MS	F	Pr > F
C	۴	۴/۶۴۰۸E۸	۱/۱۶۰۲E۸	۱۷/۳۹۴۵	۰/۰۰۰۱
M	۳	۳/۱۵۳۳E۹	۱/۰۵۱۱E۹	۱۵۷/۵۸۸۷	۰/۰۰۰۱
C*M	۱۲	۲/۶۸۵۱E۸	۲۲۲۷۵۸۸۶	۳/۳۵۴۸	۰/۰۰۰۱
Model	۱۹	۳/۸۸۵۹E۹	۲/۰۴۵۲E۸	۳۰/۶۶۳۲	۰/۰۰۰۱
Error	۱۹۸۰	۱/۳۲۱E۱۰	۶۶۶۹۸۷۵		
Total	۱۹۹۹	۱/۷۰۹E۱۰			
200×10					
Source	DF	SS	MS	F	Pr > F
C	۴	۱/۶۲۷۴E۸	۴۰۶۸۴۸۷۲	۵۶/۵۵۳۰	۰/۰۰۰۱
M	۳	۷۲۱۱۸۲۶۵	۲۴۰۳۹۴۲۲	۳۳/۴۱۵۴	۰/۰۰۰۱
C*M	۱۲	۲۴۳۱۱۲۳۰	۲۰۲۵۹۳۶	۲/۸۱۶۱	۰/۰۰۰۸
Model	۱۹	۲/۵۹۱۷E۸	۱۳۶۴۰۴۷۳	۱۸/۹۶۰۶	۰/۰۰۰۱
Error	۱۹۸۰	۱/۴۲۴۴E۹	۷۱۹۴۱۰/۹		
Total	۱۹۹۹	۱/۶۸۳۶E۹			
200×20					
Source	DF	SS	MS	F	Pr > F
C	۴	۱/۶۳۷۹E۸	۴۰۹۴۶۸۸۲	۱۴۲/۰۹۵۳	۰/۰۰۰۱
M	۳	۳۱۲۴۱۱۴۷	۱۰۴۱۳۷۱۶	۳۶/۱۳۸۰	۰/۰۰۰۱
C*M	۱۲	۱۷۸۰۳۵۹۶	۱۴۸۳۶۳۳	۵/۱۴۸۶	۰/۰۰۰۱
Model	۱۹	۲/۱۲۸۳E۸	۱۱۲۰۱۶۹۸	۳۸/۸۷۲۵	۰/۰۰۰۱
Error	۱۹۸۰	۵/۷۰۵۷E۸	۲۸۸۱۶۵		
Total	۱۹۹۹	۷/۸۳۴E۸			

آزمون برابری واریانس‌ها در هر یک از مسائل بر اساس آزمون‌های بارتلت<sup>۱</sup> و لون<sup>۲</sup> در جدول ۳ با استفاده از نرم‌افزار Minitab محاسبه شده است. بر اساس آزمون لون و p-مقدارهای به دست آمده در این جدول، فرض برابری (همگنی) واریانس‌ها در تمامی مسائل بجز مسائل با اندازه‌های ۲۰×۲۰، ۵۰×۱۰، ۱۰۰×۱۰ و ۲۰۰×۲۰ پذیرفته می‌شود. به

1. Bartlett  
2. Levene

عبارت دیگر، واریانس مقادیر به دست آمده از اجرای مسائل به جز مسائل با اندازه‌های ۲۰×۲۰، ۵۰×۱۰، ۱۰۰×۱۰ و ۲۰۰×۲۰ همگن است.



شکل ۳. نمودار اثرات متقابل عوامل M و C در مسائل مختلف

جدول ۳. آزمون برابری واریانس‌ها

20×10			20×20		
	Test Statistic	P-Value		Test Statistic	P-Value
Bartlett's Test	۲۷/۷۰	۰/۰۸۹	Bartlett's Test	۴۰/۹۹	۰/۰۰۲
Levene's Test	۱/۰۶	۰/۳۸۴	Levene's Test	۱/۸۵	۰/۰۱۴

50×10			50×20		
	Test Statistic	P-Value		Test Statistic	P-Value
Bartlett's Test	۴۰/۸۲	۰/۰۰۳	Bartlett's Test	۲۴/۵۳	۰/۱۷۷
Levene's Test	۱/۹۷	۰/۰۰۸	Levene's Test	۱/۰۴	۰/۴۰۵

100×10			100×20		
	Test Statistic	P-Value		Test Statistic	P-Value
Bartlett's Test	۶۹/۲۲	۰/۰۰۰	Bartlett's Test	۲۸/۱۷	۰/۰۸۰
Levene's Test	۲/۴۵	۰/۰۰۰	Levene's Test	۱/۳۴	۰/۱۵۰

200×10			200×20		
	Test Statistic	P-Value		Test Statistic	P-Value
Bartlett's Test	۳۱/۹۳	۰/۰۳۲	Bartlett's Test	۵۴/۹۲	۰/۰۰۰
Levene's Test	۰/۹۷	۰/۴۸۹	Levene's Test	۲/۴۶	۰/۰۰۰

نتایج بهینه‌سازی عددی با هدف مینیم کردن مجموع کل دیر کردها با استفاده از نرم‌افزار SAS در جدول ۴ نمایش داده شده است. در بهینه‌سازی عددی، بر اساس داده‌های موجود مدلی بین متغیر پاسخ و عوامل تأثیرگذار در نظر گرفته شده و سپس بر اساس تابع هدف مقدار مینیمم یا ماکزیمم متغیر پاسخ را مشخص می‌کنند.

بر اساس نتایج بدست آمده در جدول ۴، عملگرهای C1 و C2 در بین عملگرهای تقاطعی و عملگر M1 در بین عملگرهای جهشی غالباً نتایج بهتری ارائه کرده‌اند. نتایج بدست آمده از مقایسه میانگین‌ها در جدول ۲ نیز این نتایج را تأیید می‌کند.

با توجه به نتیجه نرچو و نتیجه حاصل از این بررسی می‌توان گفت اثر عملگرهای گوناگون برای مسئله FSSP با توابع هدف متفاوت یکسان نیست. به طور خاص در اینجا می‌توان اظهار داشت بهترین عملگرها برای مسائل فلو شاپ با هدف مینیمم کردن بازه تولید و مینیمم کردن دیر کردها یکسان نیستند. برای مثال نرچو، M3 را بهترین عملگر جهشی برای FSSP با تابع هدف بازه تولید معرفی کرده است ولی نتایج عددی برای FSSP با تابع هدف مجموع دیر کردها M1 را به عنوان بهترین عملگر جهشی معرفی می‌کند. بنابراین پارامترهای GA برای هر مسئله بایستی به‌طور جداگانه انتخاب شود و نتایج حاصل، حتی قابل تعمیم به مسائل مشابه نیز نیستند.

جدول ۴. نتایج بهینه‌سازی عددی با هدف مینیمم کردن مجموع کل دیرکردها

20×10				20×20			
مجموع کل دیرکردها	C	M	ردیف	مجموع کل دیرکردها	C	M	ردیف
۸۵۳۳/۸۸	C1	M1	۱	۱۰۴۲۴/۸۴	C2	M1	۱
۸۵۵۸/۶۵	C2	M1	۲	۱۰۵۵۸/۷۱	C2	M2	۲
۸۶۱۶/۱۸	C1	M4	۳	۱۰۶۲۸/۲۷	C1	M3	۳
۸۶۱۷/۷۳	C4	M1	۴	۱۰۶۸۹/۰۵	C1	M1	۴
۸۶۵۰/۰۴	C1	M3	۵	۱۰۷۴۴/۰۷	C4	M1	۵
50×10				50×20			
مجموع کل دیرکردها	C	M	ردیف	مجموع کل دیرکردها	C	M	ردیف
۲۲۶۰۰/۷۱	C2	M1	۱	۳۷۱۱۲/۴۸	C4	M1	۱
۲۲۶۵۱/۷۵	C4	M1	۲	۳۷۱۷۳/۹۲	C2	M1	۲
۲۲۶۷۳/۸۲	C3	M1	۳	۳۷۳۹۴/۸	C1	M1	۳
۲۲۷۳۹/۲۲	C1	M1	۴	۳۷۴۶۹/۳۴	C2	M3	۴
۲۲۷۵۳/۲۵	C2	M4	۵	۳۷۵۳۷/۱۹	C1	M3	۵
100×10				100×20			
مجموع کل دیرکردها	C	M	ردیف	مجموع کل دیرکردها	C	M	ردیف
۵۱۲۴۵/۵۴	C1	M3	۱	۶۷۴۹۸/۶۱	C2	M2	۱
۵۱۲۴۶/۶۸	C1	M5	۲	۶۷۵۹۷/۱۷	C2	M1	۲
۵۱۲۴۶/۹۱	C4	M1	۳	۶۷۶۶۶/۷۹	C1	M1	۳
۵۱۲۵۹/۶۴	C2	M3	۴	۶۷۶۹۴/۴۰	C2	M4	۴
۵۱۲۶۰/۷۲	C1	M2	۵	۶۷۸۱۲/۶۳	C4	M1	۵
200×10				200×20			
مجموع کل دیرکردها	C	M	ردیف	مجموع کل دیرکردها	C	M	ردیف
۹۳۹۶۵/۳۸	C1	M1	۱	۲۲۷۰۴۷/۶	C3	M3	۱
۹۴۰۱۳/۶۲	C2	M1	۲	۲۲۷۰۶۷/۷	C3	M2	۲
۹۴۰۳۶/۳۷	C3	M1	۳	۲۲۷۱۵۲/۷	C1	M3	۳
۹۴۲۲۹/۰۲	C4	M1	۴	۲۲۷۱۸۰/۹	C3	M4	۴
۹۴۲۴۴/۷۲	C1	M4	۵	۲۲۷۲۱۸/۶	C1	M2	۵

### نتیجه‌گیری و پیشنهادها

یکی از فاکتور مهمی که در طراحی الگوریتم ژنتیک باید مورد توجه قرار گیرد انتخاب مناسب عملگرهاست. این مقاله اثر انواع عملگرهای GA را برای FSSP با تابع هدف مجموع دیرکردها را مورد بررسی قرار می‌دهد. محاسبات عددی برای مسائل

تصادفی با اندازه‌های مختلف نشان می‌دهد که در اغلب موارد عملگرهای C1 و C2 و M1 نتیجه بهتری می‌دهند. اما محاسبات نرچو نشان داده که اغلب، عملگرهای C2 و M3 برای FSSP با تابع هدف بازه تولید معمولاً بهتر عمل می‌کنند. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که اثر عملگرهای گوناگون برای مسئله FSSP با توابع هدف متفاوت یکسان نیست. این نکته نشان می‌دهد که طراحی پارامترهای GA برای هر مسئله باید به طور جداگانه مورد بررسی قرار گیرد.

از جمله کارهای آتی که می‌توان انجام داد تولید عملگرهای مناسب برای هر نوع مسئله و مقایسه با عملگرهای موجود یا مقایسه نتیجه الگوریتم ژنتیک با جواب بهینه است. از موارد دیگر این است که بررسی شود اساساً چرا عملگرهای گوناگون متفاوت عمل می‌کنند؛ یک عملگر خاص با ساختار مسئله و تابع هدف چه وجه مشترکی و چه هماهنگی دارد یا باید داشته باشد تا نتیجه بهتری ارائه کند. این تحقیق می‌تواند در انتخاب یا تولید عملگرهای جدید به ما ایده دهد. به عنوان موضوعی دیگر می‌توان به بررسی اثر انواع عملگرها برای دیگر مسائل زمانبندی نظیر Job-shop اشاره کرد.



## منابع

- Armentano, Vinícius A. & Ronconi, Débora P. (1999). Tabu search for total tardiness minimization in flowshop scheduling problems. *Computers & Operations Research*, 26 (3): 219-235.
- Chung, C., Flynn, J. & Kirca, O. (2005). A branch and bound algorithm to minimize the total tardiness for m-machine permutation flowshop problems. *European Journal of Operational Research*.
- Du, J. & Leung, J. Y. T. (1990). Minimizing total tardiness on one processor is NP-Hard. *Mathematics of Operations Research*, 15: 483-495.
- Hirakawa, Y. (1999). A quick optimal algorithm for sequencing on one machine to minimize total tardiness. *International Journal of Production Economics*, 60-61: 549-555.
- Holland, J.H. (1975). *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. USA, MI, Ann Arbor: The University of Michigan Press.
- Holsenback, J. & Russell, R. (1992). A heuristic algorithm for sequencing on one machine to minimize total tardiness. *Journal of Operational Research Society*, 43: 53-62.
- Kim, Y.D. (1993). A new branch and bound algorithm for minimizing mean tardiness in 2-machine flowshops. *Computers and Operations Research*, 20: 391-401.
- Kim, Y.D. (1995). Minimizing tardiness in permutation flowshops. *European Journal of Operational Research*, 85: 541-555.
- Koulamas, C. (1994). The total tardiness problem: review and extensions. *Operations Research*, 42: 1025-1040.
- Lawler, E. (1997). A pseudo-polynomial algorithm for sequencing jobs to minimize total tardiness. *Annals of Discrete Mathematics*, 1: 331-342.
- Nearchou, A.C. (2004). The effect of various operators on the genetic search for large scheduling problems. *International Journal Production Economics*, 88: 191-203.
- Pinedo, M. (2002). *Scheduling: Theory, Algorithms and Systems*, 2nd ed. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Potts, C.N. & Van Wassenhove, L.N. (1982). A decomposition algorithm for the single machine total tardiness problem. *Operations Research Letters*, 26: 177-182.
- Russell, R. & Holsenback, J. (1997). Evaluation of leading heuristics for the single machine tardiness problem. *European Journal of Operational Research*, 96: 538-545.
- Sen, T., Dileepan, P. & Gupta J. (1989). The two-machine flowshop scheduling problem with total tardiness. *Computers and Operations Research*, 16: 333-340.
- Szwarc, W. & Mukhopadhyay, S. (1996). Decomposition of the single machine total tardiness problem. *Operations Research Letters*, 19: 243-250.
- Szwarc, W., Della Croce, F. & Grosso, A. (1999). Solution of the single machine total tardiness problem. *Journal of Scheduling*, 2: 55-71.
- Tansel, B., Kara, B. & Sabuncuoglu, I. (2001). An efficient algorithm for the single machine total tardiness problem. *IIE Transactions*, 33: 661-674.