



## Feature Extraction Using Sparse Decomposition for Face Classification

Hamid Reza Shahdoosti

Assistance Prof. Computer Engineering Department, University of Qom. Qom, Iran. Email: [h.doosti@hut.ac.ir](mailto:h.doosti@hut.ac.ir)

Article Info	ABSTRACT
<p><b>Article type:</b> Research Article</p> <p><b>Article history:</b> Received 2023 April 21 Received in revised form 2023 June 27 Accepted 2023 June 30 Published online 2023 September 16</p> <p><b>Keywords:</b> Face classification, Feature extraction, Sparse decomposition, Support vector machine.</p>	<p>In the recent years, the feature extraction as an intermediate step in the classification, has attracted the attention of researchers. In this paper, a new supervised feature extraction method is proposed using sparse decomposition. The proposed algorithm has two steps. First, the common information of the data matrix is extracted in a low rank matrix. Second, a linear feature extractor method such as local preservation projection one is used to extract the final features. Then, the extracted features are fed to the support vector machine classifier. To evaluate the accuracy rate of the proposed method, three datasets are used. The results show that the proposed method outperforms compared with some state of the art methods.</p>


**Cite this article:** Shahdoosti, H.R. (2023). Feature Extraction Using Sparse Decomposition for Face Classification. *Engineering Management and Soft Computing*, 9 (1), 64-74. DOI: <https://doi.org/10.22091/JEMSC.2022.6975.1150>



© The Author(s)  
DOI: <https://doi.org/10.22091/JEMSC.2022.6975.1150>

**Publisher:** University of Qom

## استخراج ویژگی با کمک تجزیه به عناصر تنک به منظور طبقه‌بندی چهره

حمیدرضا شاهدوستی 

استادیار، گروه مهندسی کامپیوتر، دانشگاه قم، قم، ایران. رایانامه: [h.doosti@hut.ac.ir](mailto:h.doosti@hut.ac.ir)

اطلاعات مقاله	چکیده
<b>نوع مقاله:</b> مقاله پژوهشی	در سال‌های اخیر، استخراج ویژگی به‌عنوان یک مرحله میانی در طبقه‌بندی مورد توجه پژوهشگران بوده است. در این مقاله، یک روش نوین به‌منظور استخراج ویژگی بانظارت با کمک تجزیه به عناصر تنک پیشنهاد می‌شود. الگوریتم پیشنهادی شامل دو مرحله است که در مرحله اول اطلاعات مشترک داده‌ها در یک ماتریس با مرتبه کم قرار می‌گیرد و در مرحله دوم یک روش استخراج ویژگی خطی مانند نگاشت حفظ موقعیت مکانی به‌منظور استخراج نهایی ویژگی‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد. سپس ویژگی‌های استخراج شده به طبقه‌بند ماشین بردار پشتیبان داده می‌شود. به‌منظور سنجش صحت روش پیشنهادی، از سه مجموعه داده استفاده می‌شود. نتایج آزمایش نشان‌دهنده برتری روش پیشنهادی نسبت به برخی از روش‌های مدرن استخراج ویژگی است.
<b>تاریخ دریافت:</b> ۱۴۰۲/۰۲/۰۱	
<b>تاریخ بازنگری:</b> ۱۴۰۲/۰۴/۰۶	
<b>تاریخ پذیرش:</b> ۱۴۰۲/۰۴/۰۹	
<b>تاریخ انتشار:</b> ۱۴۰۲/۰۶/۲۵	
<b>کلیدواژه‌ها:</b> استخراج ویژگی، تجزیه به عناصر تنک، طبقه‌بندی چهره، ماشین بردار پشتیبان.	

**استناد:** شاهدوستی، حمیدرضا. (۱۴۰۲). «استخراج ویژگی با کمک تجزیه به عناصر تنک به‌منظور طبقه‌بندی چهره». مدیریت مهندسی و رایانش نرم، دوره

۹ (۱). صص: ۷۴-۶۴. <https://doi.org/10.22091/JEMSC.2022.6975.1150>



## ۱) مقدمه

در مبحث شناسایی الگو، روش‌های استخراج ویژگی به‌طور گسترده به‌منظور کاهش ابعاد داده مورد استفاده قرار می‌گیرند. روش‌های تحلیل مولفه اصلی<sup>۱</sup> (Jolliffe, 2002) و تحلیل تفکیک خطی<sup>۲</sup> (Mika, 2002) از جمله روش‌های خطی پرکاربرد، در کاهش ابعاد داده‌ها به‌شمار می‌روند. هر دوی این روش‌ها بر مبنای مقادیر ویژه ماتریس کواریانس هستند اما روش تحلیل مولفه اصلی یک روش بدون نظارت و روش تحلیل تفکیک خطی یک روش بانظارت است که در آن داده‌ها به فضایی تصویر می‌شوند که نمونه‌های متعلق به یک کلاس، نزدیک به یکدیگر و نمونه‌های متعلق به کلاس‌های متفاوت از یکدیگر دور باشند. نقطه ضعف این دو روش پرکاربرد، گوسی فرض کردن توزیع داده‌هاست (Cui, 2012a). به‌منظور جبران این نقطه ضعف، روش‌های خطی مبتنی بر گراف مانند روش نگاشت حفظ موقعیت مکانی<sup>۳</sup> (He, 2005) و رمزگذارهای خودکار با جاسازی خطی محلی<sup>۴</sup> (Roweis, 2000) پیشنهاد شدند که در این روش‌ها، نیازی به گوسی فرض کردن توزیع داده‌ها نیست.

از آنجایی که همه کلاس‌ها به‌صورت خطی جدایی‌پذیر نیستند، روش‌های ذکر شده قادر به استخراج ویژگی بهینه در داده‌های جدایی‌ناپذیر خطی نیستند. به‌منظور رفع این مشکل، روش‌های مبتنی بر کرنل پیشنهاد شدند که در آن ابتدا داده‌ها توسط یک نگاشت غیرخطی، به یک فضا با ابعاد بالا تصویر می‌شوند. انتظار بر این است که این داده‌ها، در فضای با ابعاد بالا، جدایی‌پذیر خطی شوند. بنابراین یک روش استخراج ویژگی خطی در فضای جدید، می‌تواند به‌خوبی ویژگی‌های مناسب را استخراج کند. بنابراین، روش‌های استخراج ویژگی مبتنی بر کرنل، شامل دو مرحله اصلی هستند: انتقال داده به فضای با ابعاد بالا. اعمال یک روش استخراج ویژگی خطی در فضای جدید.

از جمله روش‌های استخراج ویژگی غیرخطی می‌توان به روش بدون نظارت تحلیل مولفه اصلی بر مبنای کرنل<sup>۵</sup> (Yang, 2005) و یا روش بانظارت تحلیل تفکیک تعمیم‌یافته<sup>۶</sup> (Baudat, 2000) اشاره کرد. در چند سال اخیر، نمایش سیگنال با کمک ضرایب تُنک<sup>۷</sup>، در پردازش تصویر بسیار مورد توجه قرار گرفته‌است. در کاربردهای مختلف پردازش تصویر مانند طبقه‌بندی (Song, 2014)، ادغام تصاویر (Zhu, 2013)، حذف نویز تصاویر (Elad, 2006) و غیره، روش‌های تحلیل بر مبنای ضرایب تُنک عملکرد بسیار موفقی داشته‌اند.

در این مقاله روش جدید به‌منظور استخراج ویژگی ارائه خواهد شد که در آن ابتدا ماتریس داده‌ها به دو ماتریس تجزیه خواهد شد که ماتریس اول یک ماتریس با مرتبه کم<sup>۸</sup> است که حاوی اطلاعات اصلی است. این ماتریس به ماتریس

---

<sup>۱</sup>. PCA (Principal component analysis)

<sup>۲</sup>. LDA (Linear discriminant analysis)

<sup>۳</sup>. LPP (Locality preserving projection)

<sup>۴</sup>. LEE (Local linear embedding)

<sup>۵</sup>. KPCA (Kernel principal component analysis)

<sup>۶</sup>. GDA (Generalized discriminant analysis)

<sup>۷</sup>. Sparse

<sup>۸</sup>. Low rank matrix

با مرتبه کم اصلی<sup>۹</sup> نیز شهرت دارد و ماتریس دوم یک ماتریس تُنک است. هدف از این تجزیه، یافتن مولفه‌های اصلی داده است که این مولفه‌های اصلی حاوی اطلاعات مهم داده هستند. سپس یک روش استخراج ویژگی خطی مانند روش نگاشت حفظ موقعیت مکانی، به منظور استخراج ویژگی نهایی بکار می‌رود. این مقاله مشتمل بر پنج بخش است. در بخش دوم الگوریتم نگاشت حفظ موقعیت مکانی در استخراج ویژگی مرور می‌شود. در بخش سوم الگوریتم پیشنهادی ارائه خواهد شد. ارزیابی نتایج حاصل از روش پیشنهادی و دیگر روش‌های موجود در بخش چهارم خواهد آمد و در بخش پنجم، نتایج حاصل از مقاله به طور خلاصه ارائه خواهد شد.

## ۲) روش نگاشت حفظ موقعیت مکانی

روش نگاشت حفظ موقعیت مکانی، یک روش خطی بانظارت در استخراج ویژگی است. همانطور که از نام این روش پیداست؛ در این روش بعد از کاهش بُعد ساختار شباهت داده به خوبی حفظ می‌شود. به طور مثال اگر دو نمونه متعلق به یک کلاس باشند، بعد از استخراج ویژگی نیز این دو نمونه به یکدیگر بسیار شبیه هستند. فرض کنید که یک مجموعه داده با ابعاد  $n$  و توزیع دلخواه داریم. نگاشت حفظ موقعیت مکانی، داده را به یک فضای  $m$  بعدی تصویر می‌کند که  $m < n$  است. برای این منظور، از نمونه‌های آموزشی کمک می‌گیرد. فرض کنید نمونه‌های آموزشی در فضای اولیه با  $x_1, x_2, \dots, x_l \in R^n$  مشخص شوند که  $x_i \in R^n$  است. بنابراین تعداد نمونه‌های آموزشی  $l$  عدد است. با استفاده از این نگاشت، نمونه‌ها به فضای جدید انتقال می‌یابند و در این فضا با  $y_1, y_2, \dots, y_l$  مشخص می‌شوند که در این فضا  $y_i \in R^m$  است. از آنجاییکه رابطه بین ویژگی‌های استخراج شده و ویژگی‌های اولیه خطی است، داریم:

$$y_i = A^T x_i \quad (۱)$$

که در این رابطه ماتریس  $A$  وظیفه استخراج ویژگی را برعهده دارد. به منظور به دست آوردن ماتریس  $A$  قید مهمی را برقرار می‌کنیم. این قید به ما می‌گوید که نمونه‌های متعلق به یک کلاس، در فضای جدید باید به یکدیگر نزدیک باشند. یعنی عبارت زیر باید کمینه شود:

$$\min \left( f = \sum_{i,j \in \text{Same class}} \|y_i - y_j\|^2 \right) \quad (۲)$$

عبارت بالا را به فرم دیگر نیز می‌توان نوشت:

$$\min \left( f = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \|y_i - y_j\|^2 s_{ij} \right) \quad (۳)$$

که در این رابطه داریم:

$$s_{ij} = \begin{cases} 1, & y_i \text{ and } y_j \text{ belong to a class} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (۴)$$

<sup>۹</sup> Low rank principal matrix

می‌توان نشان داد که رابطه کمینه‌سازی (۳) را می‌توان به صورت فرم زیر نوشت (Imani, 2015):

$$f = \text{trace}(YLY^T) \quad (5)$$

که در این رابطه  $Y$  ماتریس نمونه در فضای جدید است یعنی  $Y = [y_1, y_2, \dots, y_l]$  و  $L$  ماتریس لاپلاسیان است که از تفاضل دو ماتریس  $D$  و  $S$  تشکیل شده است یعنی  $L = D - S$  که در این رابطه  $D$  یک ماتریس قطری است  $D_{ii} = \sum_j S_{ij}$  و  $S$  ماتریس شباهت است که درایه سطر  $i$ ام و ستون  $j$ ام آن برابر با  $S_{ij}$  است. با جایگذاری رابطه (۱) در رابطه (۵) داریم:

$$f = \text{trace}(AXLX^T A^T) \quad (6)$$

که در رابطه (۶)، ماتریس  $X$ ، ماتریس نمونه‌ها در فضای اولیه است یعنی  $X = [x_1, x_2, \dots, x_l]$ . آنچه مسلم است کمینه رابطه (۶) با ماتریس  $A$  با ضرایب محدود به دست نخواهد آمد. بنابراین شرط  $AA^T = 1$  را نیز به مسئله کمینه‌سازی اضافه می‌کنیم. با اضافه شدن این شرط، ماتریس  $A$  برابر است با بردارهای ویژه ماتریس  $XLX^T$ .

### (۳) روش پیشنهادی استخراج ویژگی

روش استخراج ویژگی تحلیل مولفه اصلی، بر مبنای استخراج ویژگی‌های مشترک داده قرار دارد. این روش بدون نظارت که یکی از پرکاربردترین روش‌های استخراج ویژگی است، داده‌هایی را که دارای بیشترین افزونه هستند (اطلاعات مشترک)، توسط یک نگاشت خطی استخراج می‌کند.

در این بخش، روشی بانظارت به منظور استخراج ویژگی معرفی می‌شود. در این روش ابتدا ماتریس داده‌ها را به یک ماتریس با مرتبه کم اصلی که حاوی اطلاعات مشترک است و یک ماتریس تنک که حاوی اطلاعات غیرمشترک است، تجزیه می‌شود. سپس یک روش خطی مانند نگاشت حفظ موقعیت مکانی به منظور استخراج ویژگی بر روی این ماتریس اعمال می‌کنیم. از آنجایی که اطلاعات مشترک استخراج شده در یک ماتریس با مرتبه کم قرار دارد، یک روش خطی به سادگی می‌تواند ابعاد این ماتریس با مرتبه کم را کاهش دهد و درحقیقت داده‌های این ماتریس با مرتبه کم را به فضایی جدید با تعداد مولفه کم که همان ویژگی‌ها هستند، تصویر کند.

کاندس در سال ۲۰۱۱ نشان داد که (Candès, 2011) هر ماتریس داده‌ای که دارای اطلاعات افزونه باشد را می‌توان به دو ماتریس تجزیه کرد که ماتریس اول ماتریس مرتبه کم اصلی است و ماتریس دوم یک ماتریس تنک است. فرض کنید که ماتریس داده ما  $D \in R^{M \times N}$  باشد که  $M$  و  $N$  ابعاد این ماتریس هستند. این تجزیه به صورت زیر انجام خواهد پذیرفت:

$$D = A + E, \quad \text{rank}(A) \ll \min(M, N) \quad (7)$$

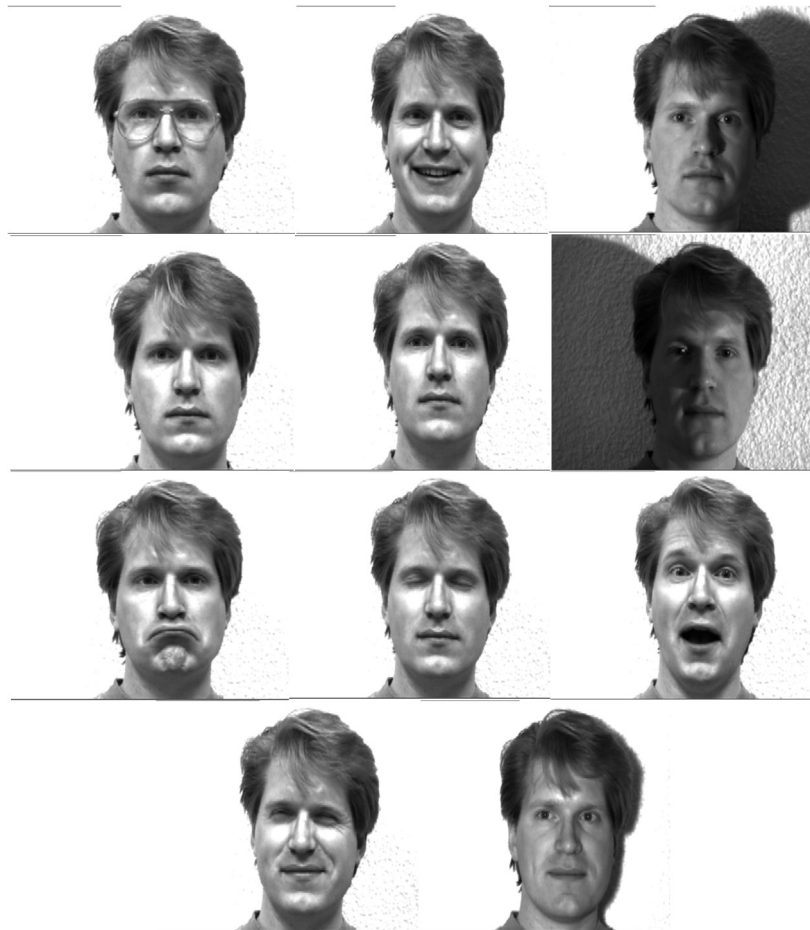
که ماتریس  $A$  ماتریس با مرتبه کم است و به دلیل کم بودن مرتبه آن، به راحتی با استفاده از یک نگاشت خطی می‌توان اطلاعات آن را استخراج کرد. ماتریس  $E$  نیز حاوی اطلاعات غیرمشترک است و یک ماتریس تنک است. برای به دست آوردن ماتریس  $A$ ، مسئله (۷) به مسئله کمینه‌سازی زیر تبدیل خواهد شد (Wan, 2013):

$$\min \|A\|_* + \lambda \|E\|_1 \quad s.t. \quad A + E = D \quad (8)$$

که در رابطه (۸)،  $\| \cdot \|_*$  نرم هسته<sup>۱۰</sup> ماتریس است که با رابطه زیر مشخص می‌شود:

$$\| A \|_* = \text{trace}(\sqrt{A^* A}) \quad (9)$$

و در رابطه (۸)،  $\| \cdot \|_1$  نشان دهنده نرم ۱ است، که نشان دهنده مجموع قدرمطلق درایه‌های ماتریس است. ضریب  $\lambda > 0$  نیز یک پارامتر وزندهی به منظور تحمیل کردن <sup>۱۱</sup>تنک بودن ماتریس E است. به صورت تجربی، اگر بخواهیم پیاده‌سازی سریعی داشته باشیم، مقدار این پارامتر برابر  $\lambda = \frac{1}{\sqrt{M}}$  قرار داده می‌شود (Wan, 2013). حل کمینه‌سازی مسئله (۸) به تفصیل در مقاله (Candès, 2011) بررسی شده است که بر مبنای روش‌های تکرارشونده<sup>۱۱</sup> است. از طرف دیگر، کدهای تجزیه این ماتریس که توسط کاندس نوشته شده است، در آدرس "<http://perception.csl.illinois.edu/matrix-rank/home.html>" موجود است.

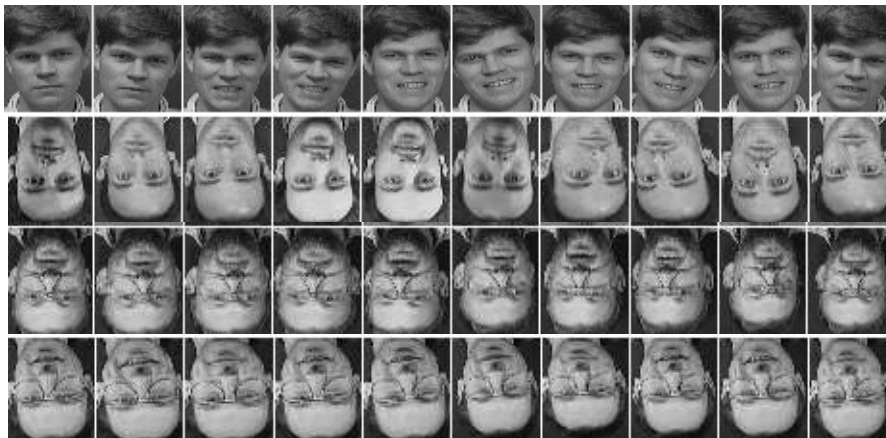


شکل ۱. تصویر یک فرد از پایگاه داده Yale

حال که ماتریس A که حاوی اطلاعات مشترک داده است، به دست آمد؛ به دلیل مرتبه کم بودن این ماتریس، می‌توان ابعاد آن را کاهش داد و در حقیقت عملیات استخراج ویژگی را انجام داد. بنابراین با استفاده از روش نگاشت حفظ موقعیت

<sup>10</sup>. Nuclear norm  
<sup>11</sup>. Iterative

مکانی، ویژگی‌های این ماتریس را استخراج می‌کنیم و این ویژگی‌ها را به طبقه‌بند ماشین‌بردار پشتیبان داده تا عملیات طبقه‌بندی را برای ما انجام دهد.



شکل ۲. تصویر چهار فرد مختلف از پایگاه داده Cambridge

#### (۴) نتایج پیاده‌سازی و تحلیل آن

در این بخش، به منظور نشان‌دهنده صحت عملکرد روش پیشنهادی، آن را با روش‌های تحلیل مولفه اصلی، تحلیل تفکیک خطی، تحلیل مولفه اصلی مبتنی بر کرنل، تحلیل تفکیک تعمیم‌یافته، روش فازی با معیار بیشینه حاشیه<sup>۱</sup> (Cui,2012a) و تحلیل فشر مبتنی بر گراف<sup>۲</sup> (Cui,2012b) مقایسه می‌کنیم.

مجموعه داده اول متعلق به پایگاه داده Yale در آدرس "<http://vision.ucsd.edu/content/yale-face-database>" است که در این پایگاه داده، ۱۵ کلاس مختلف (متعلق به ۱۵ شخص) موجود است که در هر یک از کلاس‌ها، ۱۱ تصویر در حالت‌های مختلف موجود است. تصویر متعلق به یک فرد را در شکل (۱) مشاهده می‌کنید.

مجموعه داده دوم، مربوط به پایگاه داده Cambridge است که در آن ۴۰۰ تصویر چهره، متعلق به ۴۰ نفر مختلف (۳۵ مرد و ۵ زن) موجود است. از هر نفر، ۱۰ تصویر در حالت‌های مختلف، وجود دارد. آدرس این پایگاه داده در "<http://www.cl.cam.ac.uk/research/dtg/attarchive/facedatabase.html>" قرار دارد. تصویر چند کلاس متعلق به این مجموعه داده را در شکل (۲) مشاهده می‌کنید.

مجموعه داده سوم متعلق به دانشگاه Essex انگلستان است که این مجموعه شامل ۱۵۳ نفر (۲۰ زن و ۱۱۳ مرد) است. در هر کلاس ۲۰ تصویر مختلف موجود است که این تصاویر از یک تصویر ویدئویی جدا شده‌اند. آدرس این پایگاه داده در لینک "<http://cswww.essex.ac.uk/mv/allfaces/faces94.html>" قرار دارد. تصویر یک فرد متعلق به این مجموعه داده در شکل (۳) نمایش داده شده است.

در هر کلاس، هر بار ۵ تصویر به صورت تصادفی به عنوان نمونه آموزشی و مابقی به منظور سنجش صحت بکار

<sup>۱</sup>. Fuzzy maximum margin criterion

<sup>۲</sup>. Graph-based fisher analysis



می‌روند. ویژگی‌ها به یک ماشین‌بردار پشتیبان با کرنل پایه شعاعی ۱۴۱ داده شده‌است. نتایج طبقه‌بندی مربوط به این سه داده، بعد از ۱۰ بار اجرای برنامه و متوسط‌گیری نتایج به ترتیب در جدول (۱)، (۲) و (۳) آمده‌است.

همانطور که تصاویر شکل (۱)، (۲) و (۳) مربوط به این سه پایگاه داده مشخص است، تصاویر مربوط به پایگاه داده اول نسبت به یکدیگر تغییرات زیادی دارند بطوریکه تصاویر هم با عینک و هم بدون عینک و در نورپردازی‌های مختلف اخذ شده‌است. تصاویر پایگاه داده دوم نسبت به پایگاه داده اول دارای پیچیده‌گی کمتری است چراکه نورپردازی مختلف در آن صورت نگرفته‌است. ولی حالات چهره فرد در این پایگاه داده، نسبت به پایگاه داده سوم از تنوع بیشتری برخوردار است. چون تصاویر مربوط به پایگاه داده سوم یک قسمت از ویدئو جدا شده‌است، تغییرات چهره فرد بسیار کمتر است. بنابراین از نظر تغییرات نمونه‌ها، پایگاه داده اول در جایگاه اول، پایگاه داده دوم در جایگاه دوم و پایگاه داده سوم در جایگاه سوم قرار دارد اما تعداد کلاس‌ها در داده سوم از همه بیشتر است که باعث پیچیدگی طبقه‌بندی این پایگاه داده می‌شود. پایگاه داده دوم از نظر تعداد کلاس در جایگاه دوم قرار دارد و کمترین تعداد کلاس مربوط به داده اول است.



<sup>1</sup>. Radial basis function (RBF) kernel





شکل ۳. تصویر یک فرد از پایگاه داده Essex

## جدول ۱. سنجش صحت طبقه‌بندی مربوط به پایگاه داده اول

تعداد ویژگی‌ها	تحلیل مولفه اصلی	تحلیل تنکیک خطی	تحلیل مولفه اصلی مبتنی بر کرال	تحلیل تنکیک تصمیم‌یافته	روش فازی با همسایر بیشینه حاشیه	روش تحلیل فشرده مبتنی بر گراف	روش پیشنهادی
۱	۰/۲۸۹	۰/۳۱۲	۰/۳۲۴	۰/۳۴۴	۰/۳۶۸	۰/۳۵۶	۰/۳۳۹
۳	۰/۵۶۰	۰/۵۳۴	۰/۵۹۲	۰/۵۵۷	۰/۶۲۳	۰/۶۳۱	۰/۶۳۹
۵	۰/۷۲۲	۰/۶۸۹	۰/۷۴۴	۰/۷۱۱	۰/۷۷۹	۰/۷۷۲	۰/۷۷۸
۷	۰/۷۵۰	۰/۶۶۴	۰/۷۷۶	۰/۶۸۹	۰/۷۹۷	۰/۸۰۷	۰/۸۱۴
۹	۰/۷۶۶	۰/۶۶۱	۰/۸۰۲	۰/۶۷۸	۰/۸۱۸	۰/۸۲۱	۰/۸۲۳
۱۱	۰/۷۷۴	۰/۵۸۱	۰/۸۱۳	۰/۶۰۰	۰/۸۳۶	۰/۸۳۱	۰/۸۵۸
۱۳	۰/۷۵۳	۰/۵۳۱	۰/۸۰۶	۰/۵۴۲	۰/۸۲۴	۰/۸۳۴	۰/۸۵۳
۱۵	۰/۷۸۹	---	۰/۸۱۱	---	۰/۸۴۰	۰/۸۳۷	۰/۸۵۷

## جدول ۲. سنجش صحت طبقه‌بندی مربوط به پایگاه داده دوم

تعداد ویژگی‌ها	تحلیل مولفه اصلی	تحلیل تنکیک خطی	تحلیل مولفه اصلی مبتنی بر کرال	تحلیل تنکیک تصمیم‌یافته	روش فازی با همسایر بیشینه حاشیه	روش تحلیل فشرده مبتنی بر گراف	روش پیشنهادی
۱	۰/۱۲۱	۰/۱۸۳	۰/۱۶۹	۰/۱۹۷	۰/۲۲۵	۰/۲۳۸	۰/۲۱۶
۳	۰/۵۳۰	۰/۵۵۸	۰/۵۷۲	۰/۵۹۱	۰/۶۱۰	۰/۶۲۱	۰/۶۴۸
۵	۰/۶۹۴	۰/۶۲۲	۰/۷۱۵	۰/۶۷۴	۰/۷۳۳	۰/۷۲۸	۰/۷۴۴
۷	۰/۷۳۳	۰/۶۵۷	۰/۷۶۱	۰/۶۸۹	۰/۷۸۳	۰/۷۷۰	۰/۷۹۷
۹	۰/۷۶۸	۰/۶۳۰	۰/۷۸۳	۰/۶۶۲	۰/۸۱۱	۰/۸۰۴	۰/۸۲۰
۱۱	۰/۷۷۵	۰/۶۰۷	۰/۸۰۴	۰/۶۳۷	۰/۸۳۵	۰/۸۲۲	۰/۸۵۳
۱۳	۰/۷۶۹	۰/۵۸۳	۰/۸۱۸	۰/۶۲۲	۰/۸۴۹	۰/۸۴۳	۰/۸۷۹
۱۵	۰/۷۷۷	۰/۵۶۴	۰/۸۱۰	۰/۶۱۹	۰/۸۵۴	۰/۸۵۱	۰/۸۹۶

جدول ۳. سنجش صحت طبقه‌بندی مربوط به پایگاه داده سوم

تعداد ویژگی‌ها	تحلیل مولفه اصلی	تحلیل تفکیک خطی	تحلیل مولفه اصلی مبتنی بر کرنل	تحلیل تفکیک تصمیم یافته	روش فازی با معیار بیشینه حاشیه	روش تحلیل فیشر مبتنی بر گراف	روش پیشنهادی
۱	۰/۰۵۲	۰/۰۷۸	۰/۰۸۱	۰/۰۸۶	۰/۰۸۹	۰/۰۸۵	۰/۰۸۲
۳	۰/۲۱۱	۰/۲۸۳	۰/۲۶۹	۰/۳۲۶	۰/۳۱۲	۰/۳۳۹	۰/۳۲۸
۵	۰/۴۶۹	۰/۴۳۶	۰/۴۸۱	۰/۴۴۰	۰/۵۱۶	۰/۵۳۹	۰/۵۴۶
۷	۰/۶۲۶	۰/۴۶۰	۰/۶۴۴	۰/۴۵۲	۰/۶۵۶	۰/۶۷۲	۰/۶۹۰
۹	۰/۶۹۸	۰/۴۵۵	۰/۷۰۷	۰/۴۳۹	۰/۷۱۱	۰/۷۳۱	۰/۷۶۷
۱۱	۰/۷۳۳	۰/۴۲۹	۰/۷۴۶	۰/۳۸۸	۰/۷۶۴	۰/۷۸۸	۰/۸۱۳
۱۳	۰/۷۲۷	۰/۳۸۴	۰/۷۶۰	۰/۳۴۶	۰/۷۸۹	۰/۸۰۱	۰/۸۴۰
۱۵	۰/۷۳۱	۰/۳۵۲	۰/۷۵۳	۰/۳۰۷	۰/۸۰۵	۰/۸۱۷	۰/۸۵۵

همانطور که می‌دانیم تعداد ویژگی‌های استخراج شده توسط روش‌های تحلیل تفکیک خطی و تحلیل تفکیک تصمیم یافته، یکی کمتر از تعداد کلاس‌های موجود در داده است (Imani, 2015). بنابراین در مجموعه داده اول تعداد ویژگی‌های استخراج شده توسط این دو روش، برابر ۱۴ ویژگی است و به همین علت است که جلوی ویژگی پانزدهم این دو روش، در جدول ۱، خط تیره وجود دارد. از طرف دیگر در این دو روش با افزایش تعداد ویژگی‌ها بعد از رسیدن به نقطه بیشینه، دقت طبقه‌بندی شروع به افت می‌کند. این مسئله به دلیل پدیده فرایادگیری<sup>۱۵</sup> است که به دلیل تخمین تعداد زیاد پارامتر با مشاهدات کم رخ می‌دهد. در این دو روش هنگامی که قرار است تعداد ویژگی‌های بیشتری استخراج کنیم، درحالی‌که تعداد نمونه آموزشی همان ۵ عدد است (تعداد مشاهدات)، این مسئله رخ خواهد داد. در تحلیل مولفه اصلی و تحلیل مولفه اصلی مبتنی بر کرنل این مسئله رخ نمی‌دهد. چرا که این دو روش، روش‌های بدون نظارت هستند و ضرایب آنها از کل نمونه‌های موجود در مجموعه داده تخمین زده می‌شود نه از نمونه‌های آموزشی.

در سه روش باقی‌مانده یعنی روش فازی با معیار بیشینه حاشیه، روش تحلیل فیشر مبتنی بر گراف و روش پیشنهادی پدیده فرایادگیری رخ نخواهد داد. چرا که تعداد پارامتر تخمینی برای استخراج ویژگی‌ها توسط این روش‌ها نسبت به دو روش تحلیل تفکیک خطی و تحلیل تفکیک تصمیم یافته بسیار کمتر است. لازم به ذکر است که دو روش تحلیل تفکیک خطی و تحلیل تفکیک تصمیم یافته، نیازمند تخمین دو ماتریس (ماتریس درون کلاسی و ماتریس بین کلاسی) و عملیات معکوس‌گیری از این دو ماتریس است که در مجموع باعث می‌شود تعداد پارامتر زیادی در مسئله به وجود آید. همانطور که بیان شد روش پیشنهادی شامل دو مرحله است که مرحله اول بدون نظارت است و بنابراین وابسته به نمونه‌های آموزشی نیست. مرحله دوم بانظارت است ولی از یک روش بسیار ساده با پارامتر کم در این مرحله استفاده شده است که از پدیده

<sup>15</sup>. Overfitting

فرایادگیری جلوگیری می‌کند. همانطور که از این سه جدول مشخص است هنگامی که تعداد ویژگی مناسبی استخراج شود، عملکرد روش پیشنهادی در هر سه پایگاه داده، بهتر از سایر روش‌هاست.

## ۵ نتیجه‌گیری

در این مقاله روشی نوین به منظور استخراج ویژگی بانظارت ارائه شد. در این روش ماتریس داده در ابتدا به دو ماتریس که یکی از آنها حاوی اطلاعات مشترک و ویژگی‌های افزونه‌دار است و دیگری یک ماتریس تنک است که حاوی ویژگی‌های غیرمشترک است، تجزیه می‌شود. چون رتبه ماتریس اول کم است، به راحتی می‌توان آن را توسط یک روش خطی به فضای ویژگی نگاشت کرد. بنابراین با کمک روش نگاشت حفظ موقعیت مکانی، ویژگی‌های ماتریس اول که حاوی اطلاعات مشترک است، استخراج می‌شود. در ادامه ویژگی‌های استخراج شده را به یک ماشین بردار پشتیبان دادیم و نتایج طبقه‌بندی را در جداول مقاله گزارش کردیم. همانطور که در جداول مشخص است روش پیشنهادی بازدهی بهتری نسبت به سایر روش‌ها داشته‌است.

## منابع

- Baudat, G. and Anouar, F., Generalized discriminant analysis using a kernel approach, *Neural Comput.*, 2000, vol. 12, no. 10, pp. 2385–2404. <https://doi.org/10.1016/j.trb.2017.04.003>
- Candès, E., Li, X., Ma, Y. and Wright, J., Robust principal component analysis?, *J. ACM*, 2011, vol. 58, no. 3, pp. 1–37. <https://doi.org/1085/j.trb.2005.15.112>
- Cui, Y and Fan, L., A novel supervised dimensionality reduction algorithm: Graph-based Fisher analysis, *Pattern Recognition*, 2012a, Volume 45, Issue 4, pp. 1471–1481. <https://doi.org/1075/j.trb.2003.4.125>
- Cui, Y and Fan, L., Feature extraction using fuzzy maximum margin criterion, *Neurocomputing*, 2012b, vol. 86, no.1, pp. 52–58. <https://doi.org/1077/j.trb.2011.38.123>
- Elad, M and Aharon, M., Image Denoising Via Sparse and Redundant Representations Over Learned Dictionaries, *IEEE Transactions on Image Processing*, 2006, vol. 15, no. 12, pp. 3736–3745. <https://doi.org/1063/j.trb.2017.36.58>
- He, X.F., Cai, D., Yan, S.C. and Zhang, H.J., Neighborhood preserving embedding, in: *Proceedings of the Tenth IEEE International Conference on Computer Vision2 (ICCV 2005)*, 2005, pp. 1208–1213. <https://doi.org/1086/j.trb.2022.16.41>
- Imani, M and Ghassemian, H., Feature Extraction Using Weighted Training Samples, *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2015, vol.12, no. 7, pp.1387–1386. <https://doi.org/1052/j.trb.2010.23.130>
- Jolliffe, I.T., *Principal Component Analysis*, second ed., Springer-Verlag, New York, 2002. <https://doi.org/1075/j.trb.2014.30.74>
- Mika, S., *Kernel Fisher Discriminant*, PhD Thesis, University of Technology, Berlin, 2002. <https://doi.org/1029/j.trb.2018.21.111>
- Roweis, S.T. and Saul, L.K., Nonlinear dimensionality reduction by locally linear embedding, *Science*, 2000, vol. 290 no. 5500, pp. 2323–2326. <https://doi.org/1085/j.trb.2015.22.36>
- Song, B, Li, J, Mura, M.D, Li, P, Plaza, A, Bioucas-Dias, J.M, Benediktsson, J.A, and Chanussot, J., Remotely Sensed Image Classification Using Sparse Representations of Morphological Attribute Profiles, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 2014, vol. 52, no. 8, pp. 5122–5136. <https://doi.org/1052/j.trb.2002.30.122>
- Wan, T, Zhu, C and Qin, Z., Multifocus image fusion based on robust principal component analysis, *Pattern Recognition Letters*, 2013, vol.34, no. 9, pp. 1001–1008. <https://doi.org/1024/j.trb.2017.22.111>
- Wright, J., Ganesh, A., Rao, S. and Ma, Y., Robust principal component analysis: Exact recovery of corrupted low-rank matrices via convex optimization. In: *The Proc. of the Conf. on Neural Information Processing Systems*, 2009, pp. 1–9. <https://doi.org/1012/j.trb.2023.31.123>
- Yang, J., Frangi, F., Yang, J.Y., Zhang, D. and Jin, Z., KPCA plus LDA: a complete kernel Fisher discriminant framework for feature extraction and recognition, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2005, vol. 27, no. 2, pp. 230–244. <https://doi.org/1062/j.trb.2011.30.69>
- Zhu, X.X. and Bamler, R., A sparse image fusion algorithm with application to pan-sharpening, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing.*, 2013, vol. 51, no. 5, pp. 2827–2836. <https://doi.org/1077/j.trb.2004.22.19>